



УНИВЕРЗИТЕТ „ГОЦЕ ДЕЛЧЕВ“ – ШТИП
ФАКУЛТЕТ ЗА ПРИРОДНИ И ТЕХНИЧКИ НАУКИ
Институт за геологија
Катедра за геологија и геофизика

Јане Богданов

АТЕНУАЦИЈА НА СЕИЗМИЧКАТА ЕНЕРГИЈА
НА ТЕРИТОРИЈАТА НА РЕПУБЛИКА МАКЕДОНИЈА

-МАГИСТЕРСКИ ТРУД-

Штип, Мај 2012

Комисија за оценка и одбрана

Претседател: проф. д-р Гоше Петров

Институт за геологија

Факултет за природни и технички науки

Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Член: проф. д-р Тодор Делипетров (ментор)

Институт за геологија

Факултет за природни и технички науки

Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Член: проф. д-р Крсто Блажев

Институт за геологија

Факултет за природни и технички науки

Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Научно поле: Сеизмологија

Научна област: Атенуација на сеизмичката енергија

на територијата на Република Македонија

Датум на одбрана:

Датум на промоција:

Посвета:

Благодарност до мојата фамилија за неизмерната поддршка при изработката на магистерскиот труд.

Издадени трудови:

- Георадарски методи на истражување како понови методи за истражување за покомплексно решавање на проблемите во геологијата, рударството, геотехничките истражувања и археологијата – “ Технологија на подземна експлоатација на минерални сировини,, , Зборник на трудови – ПОДЕКС 2008 Македонска Каменица.
- Примена на ГИС-програма во рудниците со подземна експлоатација – Македонско рударство и геологија 14-17 стр. јуни 2009 год.

Содржина

1. Вовед.....	1
1. Abstract.....	3
2. Хармониско осцилаторно движење.....	5
2.1 Слободни и атенуирани осцилации.....	5
2.2 Временско Q	9
3. Слој во вискозна средина.....	12
4. Скаларна бранова равенка.....	14
4.1 Просторно Q	16
5. Атенуација на сеизмичката енергија	19
6. Физичко - математички аспекти на каузалност и нивна примена.....	24
6.1 Трансформација на Hilbert.....	25
6.2 Функции со минимум фазно задоцнување.....	27
6.3 Теорема на Paley-Wiener и нејзина примена.....	32
7. Релации на Futterman.....	35
8. Релации на Калинин и Азими.....	43
9. Атенуација долж патот на брановиот зрак t^*	47
10. Метод на спектрален однос	48
11. Фино услоена средина и атенуација предизвикана од мултипл рефлексии.....	51
12. Тектонска реонизација на територијата на Р. Македонија.....	55
12.1 Неотектонски услови на развој.....	56
13. Длабоко сеизмичко сондирање.....	57
14. Мохоровичиќев дисконтинуитет на брзините.....	58
15. Модел на атенуација на сеизмичката енергија на територијата на Република Македонија.....	61
16. Заклучок.....	68
17. Прилози.....	69
18. Користена литература (References).....	76

Нееластична атенуација

1. Вовед

Теоријата што се развивана до денес, реално, не е целосна, бидејќи не го објаснува забележаниот факт според кој еластичната енергија секогаш претрпува одредена неповратна конверзија кон други форми на енергија. Во спротивно, Земјата сè уште би осцилирала од ефектот на случените земјотреси. Процесот во кој еластичната енергија се губи е познат како *нееластична атенуација* и нејзиното проучување е посебно важно поради нејзиното влијание на амплитудите и формите на еластичните (сеизмичките) бранови. Заради оваа причина е неопходно да се пресметаат нивните промени кога се прават синтетички сеизмограми, заради споредување со извршените мерења. Правилното пресметување во однос на амплитудната редукција на бранот било посебно значајно во периодот на ладната војна, бидејќи со примената на сеизмичките методи се оценувала јачината на нуклеарните експлозии во прилог на меѓународните договори за нуклеарни тестирања. Понатаму, бидејќи атенуацијата зависи, помеѓу сите други останати фактори, и од температурата и присуството на флуиди, нејзиното изучување обезбедува потенцијал за нови сознанија кои се однесуваат на внатрешната градба на Земјата. Изучувањето на атенуацијата, исто така, може да ни помогне во сфаќањата за Земјината реологија, иако врската помеѓу нив не е јасно изразена.

Од феноменолошки аспект, ефектот на атенуацијата е претставен со релативна загуба на високофреквентните компоненти во сеизмичкиот бран. Поради ширењето на сеизмичкиот бран во одредена атенуирачка средина, ќе преовладуваат пониските фреквенции, при што таквата промена на доминантната фреквенција води кон промена на обликот на бранот (намалувањето на доминантната фреквенција ќе биде посебно изразена за бранови рефлектирани од длабоки граници).

Меѓутоа, како што ќе биде разгледано во понатамошниот текст, ова не е единствениот процес кој влијае на формите и амплитудите на сеизмичките бранови. Механизмите кои де факто се одговорни за атенуацијата се разновидни, но нивното поврзување со мерењата е многу тешка задача (Karato и Spetzler, 1990).

Овој факт не би требало да нè изненадува ако се знае дека одредувањето на атенуацијата се базира на мерењата на амплитудните варијации, кои во многу зависат од геометриската дивергенција, ефектите на хетерогеноста и присуството на пукнатини, флуиди и волатили. Скетирањето, кое се должи на присуството на разноликости, предизвикува прераспределба на сеизмичката енергија и може да даде ефекти слични на атенуацијата. Така раздвојувањето на интринсичната од скетирачката енергија е тешко, иако се предложени некои методи за нивно раздвојување. Пример за скетирање ќе биде даден во поглавјето 11, каде што ќе биде разгледан ефектот на фино услоена средина. Наспроти ова поглавје, во продолжение ќе се задржиме на интринсичката атенуација.

За мерење на атенуацијата е воведен фактор на квалитет Q (чијашто инверзија е мерка за атенуација). Проучувањето на атенуацијата се разгранува по должината на неколку насоки, имено опсервирачка (користејќи сеизмички податоци), експериментална (користење на податоци добиени во лабораторија) и теоретска насока. Втората се развила по должината на неколку правци. Еден од нив се заснова на теоријата за вискоеластичност, која се разликува од еластичноста по врската помеѓу напонот и деформацијата која не го следи Хоковиот закон и која се однесува на моменталниот одзив на еластичното тело врз кое е применет стресот. Во спротивно, во вискоеластична материја деформацијата зависи од минатата, т.е. претходната историја на стрес и конститутивниот закон вклучува моментален еластичен одзив плус интеграл над минатите вредности на напонот. Вискоеластичното однесување (во тврди и течни материји) често се моделира со системи кои вклучуваат пружини и демпфери, конструирани на начин да ги репродуцираат најосновните особини на едно анеластично тело. Друг пристап кон анализа на атенуацијата е базиран на ограничувањата кои се наметнати од каузалитетот кој произлегува со ширењето на бранот. Овој пристап е независен од механизмите кои предизвикуваат атенуација и се применува кај вискоеластичните тела. Заради оваа причина, второво е разгледано во детали.

Клучни зборови: *вискоеластичност, фактор на квалитет Q , каузалност, минимум фазни функции, мултипли бранови, атенуација по должината на патот на брановиот зрак t^* .*

Anelastic attenuation

1. Abstract

The theory developed so far is not completely realistic because it does not account for the observed fact that the elastic energy always undergoes an irreversible conversion to other forms of energy. If this were not the case, a body excited elastically would oscillate for ever. The Earth, in particular, would still be oscillating from the effect of past earthquakes (Knopoff, 1964). The process by which elastic energy is lost is known as *anelastic attenuation* and its study is important because attenuation affects wave amplitudes and shapes, it is necessary to account for their variations when computing synthetic seismograms for comparison with observations. Properly accounting for the reduction in wave amplitude was particularly important during the cold-war period because of the use of seismic methods to estimate the yield of nuclear explosions in the context of nuclear test-ban treaties. In addition, because attenuation depends on temperature and the presence of fluids, among other factors, its study has the potential for shedding light on the internal constitution of the Earth. The study of attenuation may also help us understand the Earth's rheology, although the relation between the two is not clear. From a phenomenological point of view, the effect of attenuation is a relative loss of the high-frequency components of a propagating wave. As a result, a seismic wave propagating in an attenuating medium will become richer in lower frequencies, thus changing shape, in addition to suffering an overall amplitude reduction. However, below, this is not the only process that affects wave forms and amplitudes. In the Earth, the attenuation mechanisms referred to attenuation are various, but relating them to the observations is a difficult task (Karato and Spetzler, 1990) This fact should not be surprising, as the determination of attenuation relies on the measurement of amplitude variations, which are highly dependent on factors such as geometric spreading, the effect of heterogeneities, and the presence of cracks, fluids and volatiles. This fact should not be surprising, as the determination of attenuation relies on the measurement of amplitude variations, which are highly dependent on geometric spreading, the effect of heterogeneities, and the presence of cracks, fluids and volatiles. Scattering owing to the presence of heterogeneities causes a

redistribution of the seismic energy and may produce attenuation-like effects. Thus, distinguishing the *intrinsic* attenuation from the *scattering attenuation* is difficult, although some methods have been proposed to separate the two (Fehler *et al.*, 1992). An example of scattering will be provided in 11, where the effect of finely layered media will be considered. Aside from that section, we will be concerned with intrinsic attenuation only. The quality factor Q is used to measure attenuation (whose inverse is a measure of attenuation). The study of attenuation has proceeded along several directions, namely, observational (using seismic data), experimental (using data acquired in the laboratory), and theoretical. The latter, in turn, has developed along different lines. One is based on the theory of *viscoelasticity*, which differs from elasticity in that the relation between stress and strain does not follow Hooke's law, which corresponds to an instantaneous response of the elastic body to an applied stress. In contrast, in a viscoelastic solid the strain depends on the past history of stress, and the constitutive law includes an instantaneous elastic response plus an integral over past values of the stress. Viscoelastic behavior (in solid or liquids) is frequently modeled with systems involving springs and dashpots arranged in such a way that they reproduce certain observed features. Another approach to the analysis of attenuation is based on the constraints imposed by causality on wave propagation. This approach is independent of the mechanisms that cause attenuation, and applies to viscoelastic solids as well. For this reason, causality is discussed in details.

Key words: *Viscoelasticity, the quality factor Q , causality, minimum-phase-shift functions, multiple waves, attenuation along raypath t^* .*

2. Хармониско осцилаторно движење

2.1. Слободни и придушени осцилации

Вискоеластичното однесување (во тврди и течни материји) често се моделира со системи кои вклучуваат пружини и демпфери, конструирани на начин да ги репродуцираат одделните забележани особини. Демпферот овозможува вискозна атенуација и може да се претстави со цилиндер кој содржи масло и клип чиј дијаметар овозможува маслото да тече околу него.

Постапката на атенуацијата започнува со анализа на системот пружина – демпфер. Иако ова е екстремно едноставен систем, тој е многу корисен, бидејќи ни овозможува воведување во основните концепти на атенуацијата и временското Q . Просторното Q и коефициентот на апсорпција, означен со α , се претставени преку разработување на еднодимензионална бранова равенка со комплексна брзина.

Да го разгледаме случајот на пружина со константа k и тело со маса m на едниот крај од пружината. Овој систем е познат под името *линеарен хармониски осцилатор*. Диференцијалната равенка на поместувањето од рамнотежната положба е:

$$m\ddot{y} + ky = 0 \quad (2.1.1)$$

каде што точката претставува извод во однос на времето. Делејќи со m равенката (2.1.1.) го добива следниов облик:

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.1.2)$$

(Агуа, 1990). Најопштото решение е во формата:

$$y(t) = A_1 \cos \omega_0 t + A_2 \sin \omega_0 t \quad (2.1.3)$$

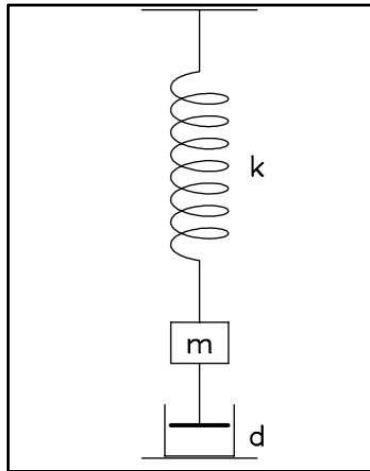
каде што константите A_1 и A_2 се одредени од почетните услови.

Допуштајќи:

$$A_1 = A \cos \phi; \quad A_2 = A \sin \phi \quad (2.1.4)$$

равенката (2.1.3) го добива следниов облик:

$$y(t) = A \cos(\omega_0 t - \phi) \quad (2.1.5)$$



Слика 1. Пружина – демпфер систем кој се користи да го претстави концептот на атенуирани осцилации. Атенуацијата е резултат на триењето во демпферот

Figure 1. Spring – dashpot system used to introduce the concept of damped oscillations. The damping is due to friction in the dashpot

Каде што:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \tan \phi = \frac{A_2}{A_1} \quad (2.1.6)$$

Равенката (2.1.5) соодветствува со хармониско осцилаторно движење кое никогаш нема да престане.

Меѓутоа, ако системот пружина – маса вклучува сили на триење, движењето во тој случај ќе престане. Претставувањето на триењето може да се оствари со демпфер. Демпфер е германски збор и значи приспособување за смирување на механичките осцилации. Демпферите се користат кај многубројни мерни прибори, кај кои се бара стрелката без осцилирање да

застане на соодветната поделба на скалата. Овој систем воведува дисипативна или сила на придушување пропорционална со брзината $\dot{y}(t)$.

Допуштајќи d (позитивно) да биде константа на пропорционалност, диференцијалната равенка за системот го добива следниов облик:

$$\ddot{y} + 2\beta\dot{y} + \omega_0^2 y = 0; \quad \beta = \frac{d}{2m} \quad (2.1.7a,б)$$

каде што факторот 2 е претставен по договор. За да ја решиме равенката (2.1.7 а) ќе се примени пробно решение во форма:

$$y(t) = e^{\gamma t} \quad (2.1.8)$$

каде што γ мора да се одреди под услови при кои равенката (2.1.7a) е задоволена. Со заменување на равенката (2.1.8) во равенката (2.1.7a) и по поништувањето на општиот фактор $\exp(\gamma t)$ добиваме:

$$\gamma^2 + 2\beta\gamma + \omega_0^2 = 0 \quad (2.1.9)$$

за којашто решението е следно:

$$\gamma_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} \quad (2.1.10)$$

каде што индексите 1 и 2 соодветствуваат на знаците + и -. Оznakата на решението претставено преку (2.1.10) зависи од вредностите за β и ω_0 . Интересен случај за нас е $\omega_0 > \beta$, така што квадратниот корен во равенката (2.1.10) станува имагинарен. Нека:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (2.1.11)$$

тогаш решенијата кои соодветствуваат на γ_1 и γ_2 се:

$$y_1 = e^{-\beta t} e^{-i\omega t}; \quad y_2 = e^{-\beta t} e^{-i\omega t} \quad (2.1.12)$$

Бидејќи од оваа гледна точка сме заинтересирани за реални решенија во (2.1.12) ќе замениме со:

$$y_1 = e^{-\beta t} \sin \omega t \quad y_2 = e^{-\beta t} \cos \omega t \quad (2.1.13)$$

По аналогија со равенката (2.1.5) може да се запише најопштото решение за (2.1.7a) со ($\omega_0 > \beta$) како:

$$y(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t - \delta) \quad (2.1.14)$$

Равенката (2.1.14) покажува дека ефектот на атенуацијата е да го претстави експоненцијалното опаѓање кое се зголемува со времето.

Изразот $\cos(\omega t - \delta)$ во равенката (2.1.14) соодветствува на осцилаторно движење со фреквенција ω и иако целокупното движење не е строго периодично, можеме да воведеме „квази – период“ (Boyce and Di Prima, 1977).

Т е еднакво на:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.1.15)$$

Понатаму, поради равенката (2.1.11), $\omega > \omega_0$. Решенијата на равенките (2.1.5) и (2.1.14) се прикажани на слика 2.

2.2. Временско Q

Овде ќе ја разгледаме загубата на енергија кај атенуиран осцилатор за што е дискутирано во претходното поглавје и ќе се воведат фактор на квалитет Q чијашто инверзија е употребена да ја квантифицира атенуацијата. Енергијата на системот $E(t)$ е еднаква на збирот од кинетичката и потенцијалната енергија и е дадена со равенката:

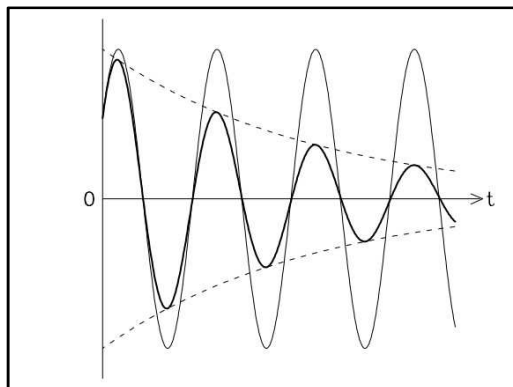
$$E(t) = \frac{1}{2}m\dot{y} + \frac{1}{2}ky^2 \quad (2.2.1)$$

Со $y(t)$ зададена со равенката (2.1.14) (Агуа, 1990). За да се поедностават изведувањата е претпоставено дека атенуацијата е толку мала што експонентот во равенката (2.1.14) е скоро константен (постојан) над еден циклус на осцилација и тоа што $\omega_0 \sim \omega$.

Под овие услови и употребувајќи го равенството (2.1.2) имаме:

$$E(t) = \frac{1}{2}kA^2e^{-2\beta t} = E_0e^{-2\beta t} \quad (2.2.2)$$

каде што $E_0 = E(0)$.



Слика 2. Слободни и атенуирани осцилации (тенки и задебелени криви, соодветно), добиени при решавање на диференцијална равенка која одговара на системот прикажан на слика 1. Равенките (2.1.5) и (2.1.14) соодветствуваат на овие криви. Атенуираното движење што е прикажано овде бара $\omega_0 > \beta$ (дефинирано во равенките (2.1.2b) и (2.1.7b)).

Испрекинатите криви соодветствуваат на факторот на експоненцијалното опаѓање во равенката (2.1.14)

Figure 2. Free and damped oscillations (thin and bold curves, respectively) obtained by solving the differential equation corresponding to the system shown in Figure 1. See (2.1.5) and (2.1.14) for the equations of the curves. The damped motion shown hererequires $\omega_0 > \beta$ (defined in (2.1.2b) and (2.1.7b)). The dashed curves correspond to the exponential decay factor in (2.1.14)

Следно е воведување на фактор на квалитет Q , кој се одредува како 2π циклуса од односот на енергијата којашто се содржи во еден циклус со загубата на енергијата во еден циклус. Од (2.2.2) и (2.1.15) загубата на енергија во еден циклус којашто соодветствува на еден период е:

$$|\Delta E| = T \left| \frac{dE}{dt} \right| \quad (2.2.3)$$

и

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E} = \frac{\omega}{2\beta} \quad (2.2.4)$$

така што:

$$\beta = \frac{\omega}{2Q} \quad (2.2.5)$$

Користејќи ја равенката (2.2.5), (2.1.14) и (2.2.2) може да се запишат во услови на Q .

$$y(t) = Ae^{-\omega t/2Q} \cos(\omega t - \delta) \quad (2.2.6)$$

$$E(t) = E_0 e^{-\omega t/Q} \quad (2.2.7)$$

Поради нејзината врска со t , Q во равенките (2.2.6) и (2.2.7) ќе се означува како временско Q .

Користејќи ја равенката (2.2.6) може да дадеме покорисна интерпретација на Q . Најнапред забележуваме ако t_m одговара на пик од (2.2.6) тогаш наредниот пик ќе се појави на време $t_m + T$. Тогаш формирајќи однос на вредности на пиковите на нивните времиња се добива:

$$\frac{y(t_m + T)}{y(t_m)} \frac{Ae^{-\beta(t_m+T)}}{Ae^{-\beta t_m}} = e^{-\beta T} = e^{-\pi/Q} \quad (2.2.8)$$

каде што се применети равенките (2.1.15) и (2.2.5) заради тоа опаѓањето на амплитудата во рамките на еден период на осцилација е дадено со $\exp(-\pi/Q)$.

Следува дека равенката (2.2.8) во основа може да се употреби за да се одреди Q .

3. Слој во вискозна средина

Комбинација од пружина и демпфер поврзани паралелно во серија со друга пружина ги репродуцираат најосновните особини на едно нееластично тело, имено тоа се одзива еластично за многу брзи и многу бавни деформации. Оваа пружина – демпфер конструкција го претставува таканареченото стандардно линеарно тело, иако посоодветен термин би бил стандардно нееластично тело.

Во овој случај постои сила пропорционална на брзината $\dot{\psi}$ која се спротивставува на движењето. Репрезентативната равенка е:

$$\frac{\delta^2 \psi(x, t)}{\delta x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \psi}{\delta t^2} + b \frac{\delta \psi(x, t)}{\delta t} \quad (3.1)$$

(по Graff, 1975), каде што b е позитивна константа која го карактеризира вискозното придушување. Кога вредноста за b е нула, равенката (3.1) добива облик близок на брановата равенка. За да се реши равенката (3.1) ќе се примени пробно решение во форма:

$$\psi(x, t) = Ae^{i(\omega t - \gamma x)} \quad (3.2)$$

каде што γ мора да се одреди под услови кои ја задоволуваат равенката (3.1), којашто бара:

$$\gamma^2 = c^{-2} \omega^2 - i b \omega \equiv B e^{-i\phi} \quad (3.3)$$

со:

$$B = \sqrt{c^{-4} \omega^4 + b^2 \omega^2}; \quad \tan \phi = \frac{c^2 b}{\omega} \quad (3.4a, б)$$

Равенката (3.3) има две решенија:

$$\gamma_1 = B^{1/2} e^{-i\phi/2} \equiv k - i\alpha \quad (3.5)$$

$$\gamma_2 = B^{1/2} e^{-i(\phi+2\pi)/2} = -(k - i\alpha) \quad (3.6)$$

каде што од (3.5):

$$k = B^{1/2} \cos \frac{\phi}{2}; \quad \alpha = B^{1/2} \sin \frac{\phi}{2} \quad (3.7a, б)$$

(Graff, 1975). Заменувајќи ги равенките (3.5) и (3.6) во равенката (3.2) се добива:

$$\psi(x, t) = A e^{i[\omega t \mp (k - i\alpha)x]} = A e^{\mp \alpha x} e^{i(\omega t \mp kx)} \quad (3.8)$$

Претпоставувајќи $x \geq 0$, гранично решение е зададено со равенката:

$$\psi(x, t) = A e^{-\alpha x} e^{-i(\omega t - kx)}; \quad \alpha > 0 \quad (3.9)$$

Равенката (3.9) претставува бран којшто се шири во позитивната насока на x оската со амплитуда која опаѓа со растојанието.

4. Скаларна бранова равенка со комплексна брзина

Погоден начин да се претстави атенуацијата кај проблемот на ширење на бран е да се допушти некои нејзини параметри да бидат комплексни квантитети (Ewing et al., 1975, Schwab and Knopoff, 1971). За да се види тоа, да се разгледа скаларната бранова равенка:

$$v^2 \frac{\delta^2 \psi(x, t)}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 \psi(x, t)}{\delta t^2} \quad (4.1)$$

каде што:

$$v = \sqrt{\frac{M}{\rho}} \quad (4.2)$$

ρ е густината и M зависи од типот на проблемот претставен со (4.1). Во случајот со вибрирачка низа M соодветствува на тангенцијалниот напон кој е применет врз низата (Boyse and Di Prima, 1977). Во специјални случаи на S и P – бранови, M е еднакво на $\lambda + 2\mu$ или μ и понекогаш се нарекува *модул на еластичност*. Овде ќе допуштиме M да биде комплексна функција од фреквенцијата и ќе бараме решенија од следнава форма:

$$\psi(x, t) = Ae^{i(\omega t - Kx)} \quad (4.3)$$

каде што:

$$K(\omega) = k(\omega) - i\alpha(\omega); \alpha > 0 \quad (4.4)$$

е комплексен бранов број.

Од (3.9) знаеме дека (4.3) претставува бран со придушена амплитуда во насока на позитивниот дел од x оската. Понатаму, допуштаме (4.5):

$$M = M_R + iM_I \quad (4.5)$$

и се воведува комплексна брзина.

$$v = \sqrt{\frac{M}{\rho}} \equiv v_R + iv_I = |v|e^{i\phi} ; \tan \phi = \frac{v_I}{v_R} \quad (4.6)$$

Кога M е реално, v обично е бранова брзина. Заменувајќи ја (4.3) во (4.1) се добива:

$$\omega^2 = v^2 K^2 \quad (4.7)$$

Во тој поглед (4.8):

$$K = k - i\alpha = \frac{\omega}{|v|} e^{-i\phi} = \frac{\omega}{|v|} (\cos \phi - i \sin \phi) = \frac{\omega}{|v|^2} (v_R - iv_I) \quad (4.8)$$

и

$$K = \omega \frac{v_R}{|v|^2} \quad \alpha = \omega \frac{v_I}{|v|^2} \quad (4.9 \text{ а, б})$$

(O'Connell and Budiansky, 1978).

За да ги запишеме v_R и v_I во услови на M , тргнуваме од равенките (4.5) и (4.6а) кои ги даваат равенките:

$$\frac{M_R}{\rho} = v_R^2 - v_I^2; \frac{M_I}{\rho} = 2v_R v_I \quad (4.10 \text{ а, б})$$

Потоа, решавајќи по v_R и v_I , се добива:

$$v_R = \sqrt{\frac{|M| + M_R}{2\rho}}; \quad v_I = \sqrt{\frac{|M| - M_R}{2\rho}} \quad (4.11 \text{ а, б})$$

4.1. Просторно Q

По аналогија со (2.23) ќе се воведе просторно Q дефинирано на таков начин што опаѓањето на максимумот на амплитудата по должина на една бранова должина е $\exp(-\pi/Q)$. Заменувајќи ја равенката (4.4) во (4.3) се добива равенката:

$$\psi(x, t) = Ae^{-\alpha x} e^{i(\omega t - kx)} \quad (4.1.1)$$

каде што α е коефициент на атенуација. Ако x_m ја означува вредноста за x , којашто одговара на максимумот на φ и λ е брановата должина за фиксна вредност од t имаме:

$$\frac{\psi(x_m + \lambda t)}{\psi(x_m, t)} = \frac{Ae^{-\alpha(x_m + \lambda)} }{Ae^{-\alpha x_m}} = e^{-\alpha \lambda} = e^{-\pi/Q} \quad (4.1.2)$$

што значи дека:

$$\alpha \lambda = \alpha \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{\alpha} \quad (4.1.3)$$

каде што се применува следнава равенка:

$$f = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{T}; \quad c = \lambda f; \quad \frac{k_c}{2\pi} = \frac{1}{\lambda} \quad (4.1.4)$$

Заради тоа:

$$Q = \frac{k}{2\alpha} = -\frac{R\{K\}}{2I\{K\}} = \frac{v_R}{2v_I} \quad (4.1.5)$$

каде што R и I означуваат реален и имагинарен дел. Второво равенство во равенката (4.1.5) ја упростува врската помеѓу Q и K , додека равенството од десната страна на равенката (4.1.5) следи од равенката (4.9 а, б). Понатаму од равенката (4.1.3) и употребувајќи за $k=C/\omega$, каде што C е фазна брзина, имаме:

$$\alpha = \frac{k}{2Q} = \frac{\omega}{2Q_c} \quad (4.1.6)$$

забележуваме дека за фиксно x , ψ е функција од t .

Во овој случај, наместо комплексен бранов број, ќе воведеме комплексна фреквенција $\omega + i\beta$ и ја применуваме дефиницијата за временско Q дадена во равенката (2.19).

Освен тоа, бидејќи $c=x/t$ од равенката (4.1.6) се гледа дека $\alpha x = \beta t$.

Наспроти тоа, дефинициите за временското и просторното Q не доведуваат до исто експоненцијално опаѓање, така што истото не е неопходно за нивно раздвојување (во рамки на поедноставен контекст разгледуван овде). Заради тоа, Q во основа може да биде одредено од временското или просторното опаѓање на ψ .

Овде ќе биде запишано v , претставено во равенката (4.6) во услови на Q . За да го направиме тоа го препишуваме v како:

$$v = v_R \left(1 + i \frac{v_I}{v_R} \right) = v_R \left(1 + i \frac{1}{2Q} \right) \quad (4.1.7)$$

каде што равенката (4.1.5) е употребена.

Кога не постои атенуација ($Q = \infty$), $v = v_R$, којашто е вообичаена брзина. Равенката (4.1.7) овозможува практичен начин за воведување на атенуацијата во пресметките на синтетичките сеизмограми (Ganley, 1981), иако не ја зема предвид дисперзијата.

На крајот, забележуваме дека Q се дефинира на следниов начин:

$$\bar{Q} = \frac{M_R}{M_I} \quad (4.1.8)$$

(White, 1965, O'Connell and Budiansky, 1978). Оваа дефиниција се заснова на согледувањата кај вискоеластичните материјали. Од (4.10 а, б) и (4.1.5) добиваме:

$$\bar{Q} = \frac{v_R^2 - v_I^2}{2v_R v_I} = \frac{v_R}{2v_I} - \frac{v_I}{2v_R} = Q - \frac{1}{4Q} \quad (4.1.9)$$

Оваа равенка укажува дека $\bar{Q} \approx Q$ ако $Q \gg 1$ или $\alpha \ll k$.

5. Атенуација на сеизмичките бранови

Иако прецизни механизми одговорни за атенуација не се добро познати, извесно експоненцијално опаѓање слично на она проучувано во претходното поглавје овозможува феноменолошка работна рамка за опишување на сеизмичката атенуација во Земјата, како и во тврдите материјали воопшто. Конкретно, хармониски рамнински бран се запишува како:

$$u(x, t) = u_0 e^{-\alpha x} e^{i(\omega t - kx)} = u_0 e^{i(\omega t - Kx)} \quad (5.1)$$

со α и k одредени со равенките (4.16) и (4.4) и константа u_0 . Во случај на бранови различни од рамнински бранови, третирањето на атенуацијата бара да се земе предвид факторот геометриска дивергенција (поглавје 10).

Едно од најважните прашања е односот помеѓу Q и фреквенцијата. И најраната работа привидно укажувала на тоа дека Q е независно од фреквенцијата, иако, како што е забележано во поглавје 1, анализата на можните механизми на атенуација покажала дека зависноста од фреквенцијата би требало да биде очекувана.

Во поглед на оваа противречност било сугерирано дека атенуацијата се должи на суперпозицијата на разновидни механизми со различни временски размери што резултирало во проширување на фреквентната зависност (Stacey et al., 1975). Меѓутоа поновите работи покажуваат дека Q навистина зависи од фреквенцијата, иако оваа зависност изгледа слаба, Q се зголемува со фреквенцијата (Anderson, 1989; Der, 1998).

Во секој случај првичната претпоставка дека Q е независно од фреквенцијата била од особена корист, бидејќи значајно ја упростила анализата на атенуацијата.

Второ прашање коешто било предмет на некои дебати е дали атенуацијата е линеарен процес. Во тој контекст, линеарноста значи ако одреден хармониски бран е погоден со атенуацијата на каков било специфичен начин, истиот ќе биде подеднакво погоден како кога бранот е дел од суперпозицијата на хармониски бранови.

Математички еквивалент на оваа состојба е следново. Ако $u(x, t)$ претставува сеизмички бран, тогаш:

$$\begin{aligned} u(x, t) &\equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, \omega) e^{-i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(0, \omega) e^{i[\omega t - K(\omega)x]} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(0, \omega) e^{-\alpha x} e^{i[\omega t - k(\omega)x]} d\omega \end{aligned} \quad (5.2)$$

(Futterman, 1962) со K како во (5.1) и $u(x, \omega)$ и $u(0, \omega)$ со Фуриерова трансформација на $u(x, t)$ и $u(0, t)$ соодветно. Така, ако линеарноста се применува, проблемот со атенуацијата е многу едноставен. Најпрво, извесен бран да се разложи на негови Фуриерови компоненти, секоја компонента да се помножи со $\exp(-\alpha x)$ и потоа да се вратиме во времената област применувајќи инверзна Фуриерова трансформација кон атенуираните компоненти.

Линеарноста значително ја упростува анализата на атенуацијата и се применува за деформации од околу 10^{-6} или помали, кои се типични за подрачја на големо растојание од земјотресите.

Овде ќе биде прикажано како комбинацијата на извесен модел на атенуација даден со равенката (5.1) и линеарноста даваат сериозно несакан резултат.

Користејќи ги равенките (4.4), (4.16) и $\kappa = \omega/c$ следува:

$$K(\omega)x = [k(\omega) - i\alpha(\omega)]x = \omega T - i\frac{\omega T}{2Q}; \quad T = \frac{x}{c} \quad (5.3a, b)$$

Заменувајќи ја равенката (5.3a) во (5.2) и пишувајќи $A(\omega)$ за $u(0, \omega)$ се добива:

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [A(\omega)(e^{-i\omega T} e^{-|\omega|T/2Q})] e^{-i\omega t} d\omega \quad (5.4)$$

Каде што е потребна апсолутна вредност од ω да се осигура експоненцијално опаѓање кога ω е негативно.

Равенката (5.4) покажува дека $u(x, t)$ е инверзна Фуриерова трансформација, но функцијата во средните загради, која пак е наизменично еднаква на производот од две функции.

Затоа равенката (5.4) може да се запише како следнава конволуција:

$$u(x, t) = \mathcal{F}^{-1}\{A(\omega)\} * \mathcal{F}^{-1}(e^{-i\omega t} e^{-|\omega|T/2Q}) = A(t) * \frac{1}{\pi} \frac{T/2Q}{(T/2Q)^2 + (t - T)^2} \quad (5.5)$$

Заради причината, $A(t)=0$, за $t<0$ и очекуваме функцијата $u(x, t)$ да биде 0 пред времето на пристигнување $T=x/c$, но ова не е случај бидејќи $A(t)$ е конволуирана со функција чија вредност не е нула за $t<T$.

Така, на пример, ако $A(t)=\delta(t)$, бидејќи Дираковата делта е единичниот елемент во однос на конволуцијата, равенката (5.5) ја добива следнава форма:

$$u(x, t) = \frac{1}{\pi} \frac{x/2cQ}{(x/2cQ)^2 + (t - x/c)^2} \quad (5.6)$$

(Stacey et al., 1975), која има амплитуди различни од нула.

Досега претпоставувавме дека линеарноста се применува, и Q и c се независни од ω , но некаузалниот резултат добиен претходно укажува како овие три претпоставки не може да се одржат истовремено. Заради тоа, ќе се допушти c да биде функција од ω (така ширењето на бранот станува дисперзивно), додека Q го задржуваме константно (т.е. независно од фреквенцијата) и ќе се испита дали оваа нова претпоставка е конзистентна со причината. За да се направи тоа се запишува:

$$e^{i(\omega t - Kx)} = e^{i\omega t} e^{-i[\omega/c(\omega)]x - \alpha(\omega)x} \equiv e^{i\omega t} F(\omega) \quad (5.7)$$

Каде што $F(\omega)$ е одредена со нејзиниот идентитет. За да се задоволи причинскиот услов, инверзната Фуриерова трансформација $f(t)$ од $F(\omega)$ да биде нула за:

$$t < \tau = x/c_{\infty}; \quad c_{\infty} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} c(\omega) \quad (5.8a, b)$$

Постоењето на *гранична брзина* c_∞ аналитички може да се докаже и ќе биде дискутирано во наредното поглавје 7.

Бидејќи c_∞ за атенуирачка средина е непозната, следува времето на пристигнување кое исто така е непознато, така што измереното време на пристигнување на бранот зависи од неговата фреквентна содржина. Овде сакаме да го решиме следниов проблем: нека е дадена функцијата $F(\omega)$ да се одреди дали постои врска помеѓу $c(\omega)$ и $\alpha(\omega)$, што ја прави нејзината инверзна Фуриерова трансформација $f(t)$ еднаква на нула за $t < T$.

За да го анализираме овој проблем се применува транслација на оската, така што во стариот систем $t = \tau$, t добива вредност нула ($t = 0$) во стариот систем.

Тогаш функцијата $f(t)$ станува $f(t + \tau)$, со Фуриерова трансформација дадена преку равенката:

$$\mathcal{F}\{f(t + \tau)\} = e^{i\omega\tau/c_\infty} F(\omega) = e^{-i[\omega/c(\omega) - \omega/c_\infty - i\alpha(\omega)]\tau} \equiv F_\tau(\omega) \quad (5.9)$$

$F_\tau(\omega)$ е функцијата чијашто инверзија мора да биде причинска и да се најде врската помеѓу $c(\omega)$ и $\alpha(\omega)$ е неопходно да биде блиска со бројни математички резултати кои се однесуваат на причината за којашто ќе биде зборувано во поглавје 6.

Конечно ќе го видиме фактот дека $u(x, t)$ е реална функција која има важни последици, бидејќи се воведуваат одредени својства на симетрија за $k(\omega)$ и $\alpha(\omega)$.

За да се види тоа, да разгледаме реална функција $S(t)$ со Фуриерова трансформација дадена со равенката:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt \quad (5.10)$$

Комплексната конјугација на функцијата $S(\omega)$ е дадена со равенката:

$$S^*(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s^*(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt = S(-\omega) \quad (5.11)$$

Овде е употребен фактот, бидејќи $s(t)$ е реална, еднаква е на нејзината комплексна конјугација (Byron and Fuller, 1970). Заради тоа:

$$S^*(\omega) = S(-\omega) \quad (5.12)$$

Равенката (5.12) може да се примени за $u(0, \omega)$ и $u(x, \omega)$ (види 5.2), кои се Фуриерови трансформации на реални функции:

$$u^*(0, \omega) = u(0, -\omega) \quad (5.13)$$

$$u^*(x, \omega) = u(x, -\omega) \quad (5.14)$$

Равенката (5.14) може да се запише како:

$$u^*(0, \omega)e^{iK^*(\omega)x} = u(0, -\omega)e^{iK(-\omega)x} \quad (5.15)$$

каде што $u(x, \omega) = u(0, \omega)\exp(-iKx)$

Комбинирајќи ги (5.13) и (5.15) се добива:

$$K^*(\omega) = -K(-\omega) \quad (5.16)$$

со која наизменично се вклучуваат

$$k(\omega) = -k(-\omega) \quad \alpha(\omega) = \alpha(-\omega) \quad (5.17a, b)$$

(Futtermann, 1962). Така K и α се парна и непарна функција од ω , соодветно.

Понатаму, од (5.17) и $K = \omega/c$ се добива (Ben-Menahem and Singh, 1981):

$$c(\omega) = c(-\omega) \quad (5.18)$$

6. Физичко-математички аспекти на каузалност и нивна примена

Друг пристап кон анализа на атенуацијата е базиран на ограничувањата кои се наметнати од каузалитетот кој произлегува со ширењето на бранот. Овој пристап е независен од механизмите кои предизвикуваат атенуација и се применува кај вискоеластичните тела. Меѓутоа, наспроти вискоеластичноста која е многу добро расправана во бројни текстови, не постои општа постапка за каузалитетот.

Каузалноста е значаен концепт во математиката, физиката и анализа на сигналот и наспроти тоа постои добро утврдена основа на знаење. Овде ќе бидат претставени нејзините најрелевантни аспекти, но бидејќи изучувањето на каузалноста бара обемна примена на аналитички функции, што е под опсегот на овој труд, бројни основни резултати се наведени.

Овие прелиминарни резултати се искористени да се направи извесен модел на атенуација за Земјата, но како што покажуваат разгледувањата за каузалитетот, овој модел не може да биде основан произволно. Главните заклучоци се тие α и Q , и брзината на бранот мора да бидат фреквентно зависни, така што α и k – брановиот број не може да бидат произволно избрани и α не може да расте така брзо како и ω кружната фреквенција кога ω оди кон бесконечност. Постигнувањето на овие заклучоци бара математички разработена работна рамка, која го сочинува најголемиот дел од поглавјето.

Каузалноста може да се истражи користејќи два различни, но комплементарни аспекти, од кои и двата се применети во проучувањето на атенуацијата.

6.1. Трансформација на Hilbert

Ако $s(t)$ е каузална функција, тогаш реалниот и имагинарниот дел од нејзината Фуриерова трансформација $S(\omega)$ го претставуваат Хилбертовиот трансформиран пар.

$$S(\omega) = R(\omega) + iI(\omega) \quad (6.1.1)$$

Тогаш:

$$R(\omega) = \frac{1}{\pi\omega} * I(\omega) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (6.1.2)$$

$$I(\omega) = -\frac{1}{\pi\omega} * R(\omega) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (6.1.3)$$

Равенките (6.1.2) и (6.1.3) се добиени за реална променлива ω , но е многу повеќе продуктивно да се изврши анализа во комплексната област, со $\omega = \{R\} + \{I\}$. Сепак, од наш интерес се оние релации за коишто $\omega = \{R\}$. Кога се работи во комплексната област е утврдено дека (6.1.2) и (6.1.3) важат сè додека функцијата $S(\omega)$ е аналитичка и нема полови во долната полурамнина (т.е. $I\{\omega\} < 0$). Ако функцијата $S(\omega)$ е аналитичка и нема полови во горната полурамнина, тогаш $s(t) = 0$ за $t \leq 0$ (Solodovnikov, 1960). Ако функцијата $S(\omega)$ има пол при $\omega = \omega_p$, тогаш функцијата $S(\omega_p) = 0$. На пример, функцијата $1/[\omega - \omega_1][\omega - \omega_2]$ има полови при ω_1 и ω_2 .

Фактот дека функцијата $S(\omega)$ мора да биде аналитичка и ограничена со долната полурамнина се однесува на начинот на којшто е дефинирана Фуриеровата трансформација. Користејќи ја алтернативната дефиниција, горната рамнина би требало да ја замени долната рамнина.

Доказот за равенките (6.1.2) и (6.1.3) во комплексната област, исто така, бара:

$$\lim_{|\omega| \rightarrow \infty} |S(\omega)| = 0 \quad (6.1.4)$$

во долната полурамнина (вклучувајќи ја реалната оска).

Ако овој услов не е задоволен, но границата во равенката (6.1.4) има конечна вредност (позната или непозната) Хилбертовите релации треба да бидат модифицирани како што следува.

Ако ω_0 е точка на реалната оска заради која функцијата $S(\omega)$ е аналитичка, тогаш функцијата $S(\omega)$ е диференцијабилна и функцијата

$$\frac{S(\omega) - S(\omega_0)}{\omega - \omega_0} \quad (6.1.5)$$

не е единична при $\omega = \omega_0$, туку е аналитичка и ја задоволува равенката (6.1.4). Тогаш со извесна анализа во комплексната област слична со онаа која нè води до равенките (6.1.2) и (6.1.3) се добива следниов пар:

$$R(\omega) = R(\omega_0) - \frac{1}{\pi}(\omega - \omega_0)\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I(\omega')}{(\omega' - \omega)(\omega' - \omega_0)} d\omega' \quad (6.1.6)$$

$$I(\omega) = I(\omega_0) + \frac{1}{\pi}(\omega - \omega_0)\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\omega')}{(\omega' - \omega)(\omega' - \omega_0)} d\omega' \quad (6.1.7)$$

(Ben – Menahem and Singh, 1981). Јасно образложение за овие прашања е дадено од страна на Вугон и Fuller (1970). Некои значајни разлики во знакот се резултат заради примената на алтернативната дефиниција за Фуриерова трансформација.

Равенките (6.1.6) и (6.1.7) се попознати како релации на дисперзија со едно одземање. Таканаречените Kramers – Kronig релации, именувани по двајцата физичари кои ги претставиле во 20-тите години од минатиот век, претставуваат примери за релации на дисперзии. Овие релации првично биле изведени во контекст на електромагнетната теорија (Toll, 1956; Arfken, 1985), но денес името се употребува за аналогни односи кои се појавуваат во други области на физиката. Главно тие имаат клучна улога во проучувањата на атенуацијата, како што ќе биде прикажано во поглавјето 7.

6.2. Функции со минимум фазно задоцнување

Да разгледаме каузална функција $g(t)$ чијашто Фуриерова трансформација е функцијата $G(\omega)$ зададена со равенката:

$$G(\omega) = A(\omega)e^{i\varphi(\omega)} \quad A \geq 0 \quad (6.2.1)$$

Се поставува прашањето: со зададена функција $A(\omega)$, што може да се каже за $\varphi(\omega)$?

За да расправаме по ова прашање, додаваме логаритам од двете страни на равенката (6.2.1). Така што се добива равенката:

$$\ln G(\omega) = \ln A(\omega) + i\varphi(\omega). \quad (6.2.2)$$

Равенката (6.2.2) е слична со (6.1.1) со реален $R(\omega)$ и имагинарен $I(\omega)$ дел, заменети соодветно со $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$, па така може да се примени равенката (6.1.3) која ја дава равенката (6.2.3):

$$\varphi(\omega) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln A(u)}{\omega - u} du \quad (6.2.3)$$

под услов функцијата $\ln G(\omega)$ да ги задоволува условите кои функцијата $S(\omega)$ мора да ги задоволи за да биде равенката (6.3) валидна, имено $\ln G(\omega)$ е ограничена во долната полурамнина.

Ова значи дека покрај немањето полови, функцијата $G(\omega)$ не може да има нули, бидејќи во спротивно $G(\omega)$ не би била ограничена. Јасно е, овој услов ја ограничува класата на функции за кои фазата може да се одреди од познавањата на амплитудите. Функциите $G(\omega)$ за кои се применува равенката (6.2.3) се познати како функции со минимум-фазно задоцнување (или на кратко минимум фаза) и тие имаат особина, од сите функции со иста амплитуда тие имаат најмала фаза и фазна разлика (Toll, 1956; Solodovnikov, 1960; Papoulis, 1962). Концептот на минимум-фазна функција ќе биде прикажан преку следниов пример (Papoulis, 1962).

Нека:

$$g_1(t) = e^{-2t}H(t) \quad g_2(t) = (3e^{-2t} - 2e^{-t})H(t) \quad (6.2.4a,б)$$

Каде што $H(t)$ е единичен чекор. Овие функции се прикажани на слика 3.

Соодветните Фуриерови трансформации на функциите се:

$$G_1(\omega) = \frac{1}{2 + i\omega} \quad ; \quad G_2(\omega) = \frac{1}{2 + i\omega} \frac{i\omega - 1}{i\omega + 1} \quad (6.2.5a,б)$$

Забележуваме дека G_1 е еднаква на G_2 множител, функција од ω којашто има единична амплитуда, што значи дека G_1 и G_2 имаат исти амплитуди зададени со равенката:

$$|G_1(\omega)| = |G_2(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{4 + \omega^2}}. \quad (6.2.6)$$

но различни фази (слика 3). Наспроти тоа, амплитудниот спектар не го ограничува фазниот спектар. Од друга страна, $G_1(\omega)$ има минимум фаза, додека $G_2(\omega)$ нема, бидејќи има вредност нула за $\omega_0 = -i$ која е во долната полурамнина.

Заради претходно изложеното, равенката (6.2.3) може да се примени за утврдување на фазата на функцијата $G_1(\omega)$, но не и фазата на функцијата $G_2(\omega)$.

Минимум-фазните функции ја поседуваат особината според која тие се функции со минимално задоцнување (Robinson, 1962) во областа на времето.

Од сите функции со ист амплитуден спектар, функциите со минимално задоцнување имаат најкратко време на траење (Robinson, 1967).

Зададена е функција $g(t)$, нејзиното траење D може да се пресмета применувајќи ја равенката:

$$D = \int_0^{\infty} t^2 |g(t)|^2 dt \quad (6.2.7)$$

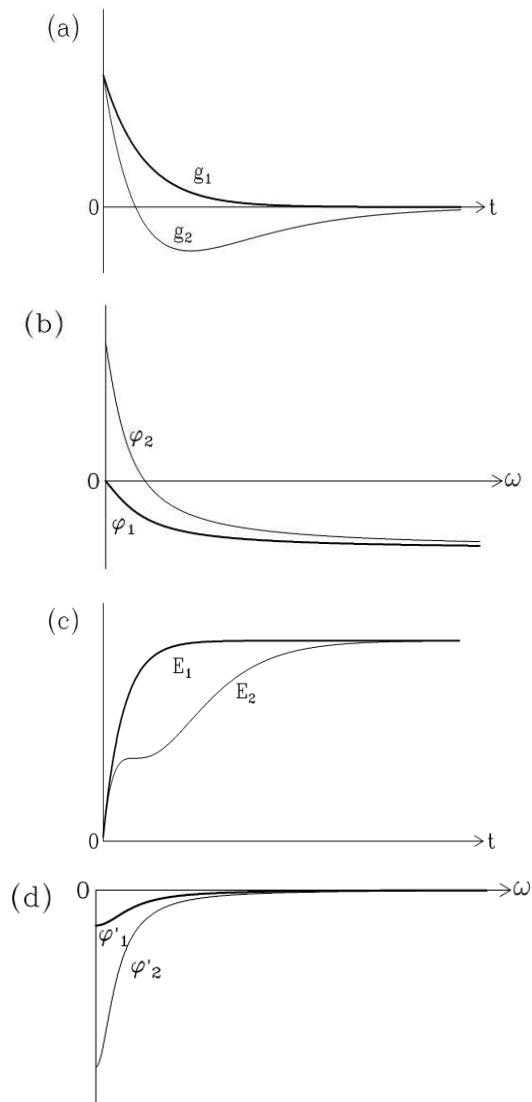
Факторот t^2 може да се смета за тежинска функција, чијашто вредност се зголемува како што се зголемува ширината на функцијата $g(t)$. Значи, квалитативно колку е потесна функцијата, потесна е вредноста за D (сè додека амплитудните спектри се исти).

За да овој услов биде попрецизен и да се види врската помеѓу траењето и фазата, ќе се работи во областа на фреквенцијата. Појдовна точка е следниов Фуриеров трансформиран пар (Parseval, 1962) и изразот (6.2.1) за $G(\omega)$.

$$-itg(t) \leftrightarrow \frac{dG(\omega)}{d\omega} = \left(\frac{dA}{d\omega} + iA \frac{d\varphi}{d\omega} \right) e^{i\varphi} \quad (6.2.8)$$

Исто така ни е потребна формулата на Parseval, кој го поврзува Фуриеровиот трансформиран пар $b(t)$, $B(\omega)$ како што следува:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |b(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |B(\omega)|^2 d\omega \quad (6.2.9)$$



Слика 3. Споредување помеѓу минимум - фазна (или минимум - задоцнување) функција (задебелени криви) и неминимум - фазни функции (тенки криви) со исти амплитудни спектри. (а) Графикон на функциите $g_1(t)$ и $g_2(t)$ зададени со равенките (6.2.4а, б). (б) и (д) Фазата и извод од фазата во однос на ω со Фуриерова трансформација на функциите $g_1(t)$ и $g_2(t)$ (види 6.2.5а, б). (с) Парцијална енергија на функциите $g_1(t)$ и $g_2(t)$ пресметана со користење на равенката (6.2.11), (Papoulis, 1962)

Figure 3. Comparison between a minimum-phase (or minimum-delay) function (bold curves) and a nonminimum-phase function (thin curves) with the same amplitude spectra. (a) Plot of the functions $g_1(t)$ and $g_2(t)$ given by equations (6.2.4a,b). (b), (d) Phase and derivative of phase with respect to ω of the Fourier transforms of $g_1(t)$ and $g_2(t)$ (see (6.2.5a, b)). (c) Partial energy of $g_1(t)$ and $g_2(t)$, computed using (6.2.11), (Papoulis, 1962)

Ако функцијата $b(t)$ е каузална, долната граница на првиот интеграл де факто е нула. Тогаш, користејќи ги равенките (6.2.8) и (6.2.9), равенката (6.2.7) ја дава равенката:

$$\begin{aligned} D &= \int_0^{\infty} t^2 |g(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{dG(\omega)}{d\omega} \right|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\frac{dA}{d\omega} \right)^2 + A^2 \left(\frac{d\varphi}{d\omega} \right)^2 \right] d\omega \end{aligned} \quad (6.2.10)$$

Наспроти тоа, ако претпоставиме дека $A(\omega)$ е иста за множество од функции, функцијата со најкратко траење е онаа за која односот $d\varphi/d\omega$ е минимум.

Функцијата со минимално задоцнување, исто така, поседува својство според кое за зададена вредност од t има најголема парцијална енергија покрај сите други функции со ист амплитуден спектар (Robinson, 1967). За произволен каузален сигнал $b(t)$, парцијалната енергија се одредува според равенката:

$$E^P(t) = \int_0^t |b(\tau)|^2 d\tau \quad (6.2.11)$$

Овие две особини на функциите со минимално задоцнување се прикажани на слика 3 за функциите $g_1(t)$ и $g_2(t)$ одредени со равенките (6.2.4а, б). Се забележува дека двете функции имаат иста вкупна енергија (зададена со E^P), како што може да се очекува од равенките (6.2.11) и (6.2.9).

6.3. Теорема на Paley – Wiener и нејзина примена

Равенките (6.1.2) и (6.1.3) се основен резултат во проучувањето на каузалноста, но не се и единствени. Друг многу важен резултат е теоремата, благодарение на Paley и Wiener (1934, Теорема XII), која ќе биде применета за основање на класа на дозволени фактори на атенуација $\alpha(\omega)$. Оригиналната верзија на теоремата се однесува на временски функции чијшто вредности се нули за позитивни времиња, но исто така се применува и кај каузални функции (Wiener, 1949).

Во теоремата (исто така позната како критериум или услов) се кажува дека ако $A(\omega)$ е реална ненегативна (т.е. $A(\omega) \geq 0$) интегрална квадратна функција, т.е. ако:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |A(\omega)|^2 d\omega < \infty \quad (6.3.1)$$

тогаш потребен и доволен услов за постоење на каузална функција $f(t)$ чијашто Фуриерова трансформација е $F(\omega)$, така што $|F(\omega)| = A(\omega)$ е следниов:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln A(\omega)|}{1 + \omega^2} d\omega < \infty \quad (6.3.2)$$

(Zadeh and Desoer, 1963; Papoulis, 1962, 1977).

Важна последица од теоремата е што функцијата $A(\omega)$ не може да биде идентично нула, во кој било конечен интервал, бидејќи ако е така, тогаш интеграндот ќе е еднаков на бесконечност и интеграндот ќе дивергира. Меѓутоа, изолирани нули се прифатливи.

Да ја примениме теоремата на Paley – Wiener кај функцијата $A(\omega) = |F_r(\omega)|$ со $F_r(\omega)$ зададена со равенката (5.9). Во овој случај $|\ln A(\omega)|$ е еднакво на $\alpha(\omega)x$ и равенката (6.3.2) ја добива следнава форма:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha(\omega)}{1 + \omega^2} d\omega < \infty \quad (6.3.3)$$

Овој услов е задоволен ако:

$$\alpha(\omega)\alpha\omega^s; \quad s < 1 \quad (6.3.4a,б)$$

(Guillemin, 1963) или еквивалентно, ако

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\alpha(\omega)}{\omega} = 0 \quad (6.3.5)$$

Равенките (6.3.4) и (6.3.5) мора да се задоволени без оглед на механизмот постулиран да ја претстави атенуацијата сè додека се моделира со равенката (5.1) и се употребува како појдовна точка за анализата во поглавјето 8 и да се изведат општи заклучоци кои се однесуваат на зависноста на Q од фреквенцијата. Пред сè, се забележува како равенката (6.3.4б) е строго нееднаква, така што од равенката (4.1.6) се гледа дека производот Qc не може да биде константен. Понатаму се гледа како Q само по себе не може да биде константно кога $c = c(\omega)$. За да се види тоа, додаваме логаритам на двете страни на идентитетот во равенката (5.9) која дава:

$$\ln[F_r(\omega)] = -\alpha(\omega)x - i \left[\frac{\omega}{c(\omega)} - \frac{\omega}{c_\infty} \right] x \quad (6.3.6)$$

кај која може да се примени (6.1.3) под услови за кои е расправано во врска со (6.2.3). Правејќи го ова се добива:

$$\frac{\omega}{c(\omega)} = \frac{\omega}{c_\infty} - \frac{1}{\pi\omega} * \alpha(\omega) = \frac{\omega}{c_\infty} + \check{\alpha}(\omega) \quad (6.3.7)$$

Каде што знакот $\check{\alpha}$ означува Хилбертова трансформација. Користејќи ја равенката (4.1.6), равенката (6.3.7) може наново да се запише како:

$$2Q = \frac{\omega}{c_\infty \alpha(\omega)} + \frac{\check{\alpha}(\omega)}{\alpha(\omega)} \quad (6.3.8)$$

Оваа равенка покажува дека Q не може да е константно, бидејќи ако е така $\alpha(\omega)$ (како и $\alpha(\omega)$) би била линеарна во ω , што би го нарушило условот во равенката (6.3.4). Овој заклучок е поради Strick (1970).

На крај, бидејќи $\alpha(\omega)$ е парна функција (5.17б), нејзината Хилбертова трансформација може да се запише како што следува:

$$\check{\alpha}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' = -\frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^{\infty} \frac{\alpha(\omega')}{\omega^2 - \omega'^2} d\omega' \quad (6.3.9)$$

Запишано на овој начин, α зависи од позитивните фреквенции кои се единствено достапни во даден експеримент. Кога равенката (6.3.8) се заменува во равенката (6.3.7) се добива:

$$\frac{1}{c(\omega)} = \frac{1}{c_{\infty}} - \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^{\infty} \frac{\alpha(\omega')}{\omega^2 - \omega'^2} d\omega' \quad (6.3.10)$$

Равенката (6.3.10) ќе се примени во поглавје 8.

7. Релации на Futterman

Футерман (1962) и Ламб (1962) се првите кои ја примениле каузалноста во анализата на сеизмичката атенуација, иако анализата на Ламб е помалку јасна.

Футерман (1962) претпоставил дека $\alpha(\omega)$ е строго линеарна функција од фреквенцијата во опсегот на мерењата и како основна променлива го претставил индексот на рефракција на средината одреден со изразот:

$$n(\omega) = \frac{K(\omega)}{K_0(\omega)} \equiv R\{n(\omega)\} - iI\{n(\omega)\} \quad (7.1)$$

Каде што K_0 го дефинира недисперзивно K при иста фреквенција.

Бидејќи Футерман ја дефинирал Фуриеровата трансформација со $i\omega t$ во експонентот, неговата $K(\omega)$ претставува комплексна конјугација од $K(\omega)$ употребена овде. Футерман исто така го претпоставил постоењето на нискофреквентна точка на прекин ω_0 , карактеристика на материјалот, под којашто не постои дисперзија и како што:

$$K\{\omega\} = \frac{\omega}{C}; \quad \omega < \omega_0 \quad (7.2)$$

каде што C е нискофреквентна недисперзивна граница на $C(\omega)$.

Како што е прикажано подолу $\omega_0 > 0$. Тогаш по дефиниција:

$$K_0(\omega) = \frac{\omega}{C} \quad \text{сите } \omega < \omega_0 \quad (7.3)$$

Исто така, од равенките (7.1) – (7.3) се забележува дека:

$$n(0) = 1 \quad (7.4)$$

Користејќи ги равенките (7.1) и (7.3), $K(\omega)$ може да се запише како:

$$K(\omega) = \frac{\omega}{C} n(\omega) = \frac{\omega}{C} [R\{n(\omega)\} - iI\{n(\omega)\}] \quad (7.5)$$

Тогаш во однос на равенката (4.4) наоѓаме дека $K(\omega)$ и $\alpha(\omega)$ се зададени со:

$$k(\omega) = \frac{\omega}{C} R\{n(\omega)\}; \quad \alpha(\omega) = \frac{\omega}{C} I\{n(\omega)\} \quad (7.6)$$

Во продолжение, од својствата за дисперзивните бранови, се знае дека $c(\omega)$ е фазна брзина еднаква на:

$$c(\omega) = \frac{\omega}{k(\omega)} = \frac{C}{R\{n(\omega)\}} \quad (7.7)$$

Футерман, исто така, вовел *ограничен фактор на квалитет* Q_0 еднаков на:

$$Q_0 = \frac{\omega}{2\alpha(\omega)C}, \quad (7.8)$$

којшто е независен од фреквенцијата во областа каде што $\alpha(\omega)$ е пропорционално со ω .

Заради претходните дефиниции и користејќи ја равенката (4.16) може да се запише Q која мора да биде функција од ω , така:

$$Q(\omega) = \frac{k(\omega)}{2\alpha(\omega)} = \frac{\omega}{2\alpha(\omega)c(\omega)} = \frac{CQ_0}{c(\omega)} = \frac{R\{n(\omega)\}}{2I\{n(\omega)\}} \quad (7.9)$$

Основна последица во работата на Футерман се релациите на Kramers-Kronig, кои ги опфаќаат реалниот и имагинарниот дел од $K(\omega)$.

Но, бидејќи $K(\omega)$ не е Фуриерова трансформација на каузална функција (Weaver and Pao, 1981), изведувањето на Kramers-Kronig релациите бара да се покаже дека $K(\omega)$ е аналитичка во долната полурамнина (доказот може да се види кај Futterman, 1962, Aki and Richards, 1980) и дека границата c_∞ (5.86) сепак постои.

Користејќи го првото равенство во (7.7), c_∞ може да се запише како:

$$c_{\infty} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\omega}{k(\omega)} \quad (7.10)$$

Постоењето на оваа граница е значајно кај ова изведување и иако може да се докаже за електромагнетна средина од анализата на физичките механизми кои се во прашање, не е објаснето дали истата мора исто така да биде докажана за сите можни механизми на атенуација во цврстите материјали.

По овие прашања е расправано од страна на Weaver и Pao (1981), кои покажале дека (7.10) се применува кај која било средина, без оглед на физичките процеси кои се во прашање, сè додека се опфатени линеарноста, каузалноста и пасивноста (т.е. отсуство на извор на енергија во средината).

Покрај тоа, докажувајќи дека c_{∞} постои, се бара $I\{n(\infty)\} = 0$ (Ben-Menahem and Singh, 1981).

Оваа постапка е пресудна во анализата на Футерман, која ја оправдал со аргументот дека: „тешко е да се испланираат структурите на Земјата со такви мали димензии кои резонираат до конечна фреквентна компонента на упадниот бран на поместувањето“. Наспроти ова, оваа претпоставка не е значајна сè додека $I\{n(\infty)\}$ е ограничена. Со вакво предупредување не постои атенуација при конечна фреквенција и:

$$I\{n(\omega)\} = 0; \quad R\{n(\omega)\} = n(\infty) \quad (7.11)$$

Овде користејќи ги равенките (7.6), (7.7), (7.1), фреквентно-зависниот дел од експонентот во равенката (5.9) станува:

$$\begin{aligned} h(\omega) &\equiv \left[\frac{\omega}{c(\omega)} - \frac{\omega}{c_{\infty}} - i\alpha(\omega) \right] \\ &= \frac{\omega}{c} [R\{n(\omega)\} - R\{n(\infty)\} - i(I\{n(\omega)\} - I\{n(\infty)\})] \\ &= \frac{\omega}{c} [n(\omega) - n(\infty)] \equiv \frac{\omega}{c} \Delta n(\omega). \end{aligned} \quad (7.12)$$

така, што:

$$\Delta n(\omega) \equiv R\{\Delta n(\omega)\} - iI\{\Delta n(\omega)\} = c \frac{h(\omega)}{\omega} \quad (7.13)$$

Бидејќи $R(\omega)$ е аналитичка функција (Futtermann, 1962), равенката (7.13) покажува дека $\Delta n(\omega)$ е аналитичка функција во долната полурамнина (бидејќи е однос од две такви функции). Заради тоа, може да се примени Хилбертовата трансформација на $\Delta n(\omega)$, која дава:

$$R\{\Delta n(\omega)\} = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I\{\Delta n(\omega')\}}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (7.14)$$

и

$$I\{\Delta n(\omega)\} = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R\{\Delta n(\omega')\}}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (7.15)$$

Понатаму користејќи ја равенката:

$$\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega' - \omega} = 0 \quad (7.16)$$

и (7.14) се добива:

$$R\{n(\omega) - n(\infty)\} = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I\{n(\omega')\}}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (7.17)$$

(7.17) која важи сè додека $I\{n(\infty)\}$ е ограничена. Применувајќи ја оваа релација на нула фреквенција се добива:

$$R\{n(0) - n(\infty)\} = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I\{n(\omega)\}}{\omega'} d\omega' \quad (7.18)$$

Врз основа на одземањето на (7.18) од (7.17) се добива (7.19):

$$R\{n(\omega) - n(0)\} = \frac{\omega}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I\{n(\omega')\}}{\omega'(\omega' - \omega)} d\omega' \quad (7.19)$$

Се забележува дека равенката (7.19) може да се добие од равенката (6.6) и (7.1) со почетна фреквенција $\omega_0 = 0$, што значи дека овој општ заклучок не зависи од деталите за однесувањето на $I\{n(\infty)\}$ сè додека е ограничена.

На крајот, користејќи ја равенката:

$$I\{n(\omega)\} = -I\{n(-\omega)\} \quad (7.20)$$

се добива:

$$R\{n(\omega) - n(0)\} = R\{n(\omega)\} - 1 = \frac{2\omega^2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{I\{n(\omega')\}}{\omega'(\omega'^2 - \omega^2)} d\omega' \quad (7.21)$$

Равенката (7.21) или отстапувањата од неа и соодветните изрази за $I\{n(\infty)\}$ се познати како Kramers-Kronig релации. Футерман (1962) предложил три изрази за $I\{n(\infty)\}$ и го пресметал $R\{n(\omega)\}$ користејќи ја равенката (7.21).

Еден од изразите е даден со равенката:

$$I\{n(\omega)\} = \frac{1}{2Q_0} (1 - e^{\omega/\omega_0}); \quad \frac{\omega}{\omega_0} \geq 0 \quad (7.22)$$

Со воведување на овој израз во равенката (7.21) се добива соодветната вредност за $R\{n(\omega)\}$ која вклучува два експоненцијални услови кои можат да се занемарат за $\omega > 6\omega_0$, во тој случај:

$$R\{n(\omega)\} = 1 - \frac{1}{\pi Q_0} \ln \gamma \frac{\omega}{\omega_0} \quad (7.23)$$

Каде што $\ln \gamma$ е еднаков на 0,6772. Оваа равенка покажува дека ω_0 мора да е поголема од нула, бидејќи $\ln(\omega/\omega_0)$ оди кон бесконечност како што ω_0 оди кон нула.

Користејќи ги равенките (7.7) и (7.23) се добива:

$$c(\omega) = C \left(1 - \frac{1}{\pi Q_0} \ln \gamma \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-1} \quad (7.24)$$

кога $\omega/\omega_0 \gg \gamma x$

$$\ln \gamma \frac{\omega}{\omega_0} = \ln \frac{\omega}{\omega_0} + \ln \gamma \approx \ln \frac{\omega}{\omega_0} \quad (7.25)$$

$$c(\omega) = C \left(1 - \frac{1}{\pi Q_0} \ln \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-1} \quad (7.26)$$

Освен тоа, кога логаритамскиот израз во равенката (7.26) ја задоволува равенката:

$$\left| \frac{1}{\pi Q_0} \ln \frac{\omega}{\omega_0} \right|^2 \ll 1 \quad (7.27)$$

$C(\omega)$ може да се развие во Тајлерови серии, на почетокот задржувајќи ги само првите два изрази. На овој начин се добива равенката:

$$c(\omega) = C \left(1 + \frac{1}{\pi Q_0} \ln \frac{\omega}{\omega_0} \right) \quad (7.28)$$

На крајот од равенката (7.9) и (7.26),

$$Q = \frac{C Q_0}{c(\omega)} = Q_0 \left(1 - \frac{1}{\pi Q_0} \ln \gamma \frac{\omega}{\omega_0} \right). \quad (7.29)$$

Испитувањето на равенката (7.29) покажува дека Q ќе стане негативно кога:

$$\omega > \frac{\omega_0}{\gamma} e^{\pi Q_0} \quad (7.30)$$

која бара горна конечна фреквенција. Понатаму, равенката (7.29) покажува дека Q е функција од фреквенцијата, иако нејзината промена е мала над широк опсег на фреквенции и од таа причина моделот на Футерман е познат како модел на близу константно Q . Од друга страна, изборот на ω_0 понекогаш е произволен и би требало да се избере така што таа е мала споредено со најниската измерена фреквенција (Футерман, 1962).

Равенката (7.24) е широко наведена и е предмет на некои дебати. За да се опише, од равенките (7.24) и (7.29) се добива:

$$c(\omega) = C \text{ ако } Q = Q_0 = \infty \quad (7.31)$$

$$c(\omega) > C \text{ ако } Q, Q_0 < \infty \quad (7.32)$$

Равенките (7.31) и (7.32) изгледаат дека брзината во атенуирачка средина е поголема отколку во совршено еластична средина, со атенуиран бран кој пристигнува порано од очекуваното (Stacey et al., 1975).

Проблемот со оваа интерпретација е тоа што C е нискофреквентна граница на $c(\omega)$, додека брзината на еластичниот бран, да кажеме c_E , де факто е високофреквентна граница на $c(\omega)$, која соодветствува на најблискиот одзив на средината (Savage, 1976).

Бидејќи од горната конечна фреквенција потребна во равенката (7.30) c_E не може да се одреди, но наредниот аргумент (со оглед на Savage, 1976) ја отстранува оваа потешкотија.

Нека ω_1 биде фреквенција поголема отколку фреквенциите во пропушниот појасен опсег на инструментот за регистрација.

Тогаш инструментот нема да прави разлика помеѓу $\omega = \omega_1$ и $\omega = \infty$.

Затоа $c_E = c(\omega_1)$ и користејќи ја равенката (7.24) наоѓаме дека:

$$\frac{c(\omega)}{c_E} = \frac{\pi Q_0 - \ln(\gamma \omega_1 / \omega_0)}{\pi Q_0 - \ln(\gamma \omega / \omega_0)} < 1 \quad (7.33)$$

сè додека $\omega_0 < \omega < \omega_1$.

Затоа, атенуирачкиот бран секогаш ќе пристигнува подоцна отколку бранот којшто се шири со брзина на еластичен бран.

8. Релации на Калинин и Азими

Комплексна бранова брзина

Kalinin et al., (1967) пристапил кон анализа на атенуацијата, користејќи ја теоремата на Paley – Wiener. Трите изрази за $\alpha(\omega)$ се дискутирани, едната од нив ќе биде:

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha_0 \omega}{1 + \alpha_1 \omega} \quad (8.1)$$

каде што α_0 и α_1 се позитивни константи, што во принцип би требало да се пресметаат (изведат) од мерењата на атенуацијата.

Ова $\alpha(\omega)$ го задоволува условот во равенката (6.23) и е приближно линеарно кога $\alpha_1 \omega \ll 1$. Тогаш користејќи ја равенката (8.1) и (6.28) Kalinin et al., (1967) ја извел следнава релација:

$$c(\omega) = c_\infty \left[1 + \frac{2 c_\infty \alpha_0 \ln(1/\alpha_1 \omega)}{\pi (1 - \alpha_1^2 \omega^2)} \right]^{-1} \quad (8.2)$$

којашто вообичаено се препишува на Azimiet al., (1968). Се забележува дека $c(\infty) = c_\infty$ и $c(0) = 0$.

Овде ќе бидат претставени бројни апроксимации кои ќе водат кон изразот за фазна брзина кој не вклучува c_∞ , α_0 и α_1 .

Ако претпоставиме дека $\alpha_1 \omega \ll 1$, равенката (8.2) го добива обликот:

$$c(\omega) = c_\infty \left(1 + \frac{2}{\pi} c_\infty \alpha_0 \ln \frac{1}{\alpha_1 \omega} \right)^{-1} \quad (8.3)$$

Во продолжение равенката (8.3) ќе биде препишана како:

$$\frac{1}{c(\omega)} = \frac{1}{c_\infty} \left(1 + \frac{2}{\pi} c_\infty \alpha_0 \ln \frac{1}{\alpha_1 \omega} \right) \quad (8.4)$$

За да се елеминира факторот $c_\infty \alpha_0$ од равенките (8.3) и (8.4) ја користиме равенката (6.26) препишана како:

$$2Q\alpha(\omega) = \frac{\omega}{c_\infty} + \check{\alpha}(\omega) \quad (8.5)$$

Изразот за $\check{\alpha}(\omega)$ може да се одреди со споредување на равенката (8.2) со равенката (6.25).

Претставувајќи го изразот во равенката (8.5), користејќи ја равенката (8.1), претпоставувајќи $\alpha_1\omega \gg 1$ и со бришење на вообичаениот фактор ω се добива:

$$2Q\alpha_0 = \frac{1}{c_\infty} + \frac{2\alpha_0}{\pi} \ln \frac{1}{\alpha_1\omega} \quad (8.6)$$

Ако претпоставувиме дека вториот член на десната страна од равенката (8.6) може да се занемари добиваме:

$$2\alpha_0 c_\infty = \frac{1}{Q} \quad (8.7)$$

(Aki and Richards, 1980)

За да се елиминира c_∞ и α_1 , ќе разгледаме две фреквенции ω_1 и ω_2 .

И користејќи ги равенките (8.3), (8.4) и (8.7), со равенката (8.3) проширена како Тајлеровите серии на почетокот задржувајќи ги само првите два члена.

На овој начин се добива:

$$c(\omega_1) = c_\infty \left(1 + \frac{1}{\pi Q} \ln \alpha_1 \omega_1 \right) \quad (8.8)$$

$$\frac{1}{c(\omega_2)} = \frac{1}{c_\infty} \left(1 + \frac{1}{\pi Q} \ln \alpha_1 \omega_2 \right) \quad (8.9)$$

Равенката (8.8) е важечка за:

$$\left| \frac{1}{\pi Q} \ln \alpha_1 \omega_1 \right|^2 \ll 1 \quad (8.10)$$

Со множење на равенките (8.8) и (8.9), како и со поништување на членот $\cos 1/\pi^2 Q^2$ се добива:

$$\frac{c(\omega_1)}{c(\omega_2)} = 1 + \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (8.11)$$

(Aki and Richards, 1980).

Равенките слични на (8.11) се изведени за вискоеластични тврди материјали, користејќи различни пристапи (Liu et al., 1976, Kjartansson, 1979).

За да се добие претстава за апроксимациите пред равенката (8.11) да ги разгледаме следниве вредности:

$$Q = 30, c_\infty = 5 \text{ km/s}, \alpha_1 \omega = 0,001.$$

Тогаш од равенката (8.7), $\alpha_1 = 0,0033$ и вториот член на десната страна од равенката (8.6) е еднаков на 0,015.

Овој износ е значително помал од односот $1/c_\infty$, којшто е еднаков на 0,2 и апроксимацијата која води до равенката (8.7) во овој случај е оправдана. Условот во равенката (8.10) исто така е задоволен, бидејќи левата страна е еднаква на 0,005. Исто така се забележува дека за односот ω_1/ω_2 еднаков на 1.000 и 10.000, $c(\omega_1)/c(\omega_2)$ е еднаков на 1,07 и 1,10 соодветно, така што дисперзијата по должина на широк спектар на фреквенции е многу мала. Овие резултати објаснуваат зошто дисперзијата на сеизмичките бранови е тешко да се одреди. На крајот ќе се изведе израз за комплексната брзина, којшто ја воопштува (генерализира) равенката (4.7).

Прво се запишува $K(\omega)$, зададена со равенката (4.4) како:

$$K(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)} - i\alpha(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)} \left(1 - \frac{i}{2Q} \right) \quad (8.12)$$

каде што е применета равенката (4.16).

Последниот член во равенката (8.12) може да се разгледа како Тајлерова експанзија околу почетокот на $(1/1 + i/2Q)$, задржувајќи ги само првите два члена, така што:

$$K(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)(1 + i/2Q)} \equiv \frac{\omega}{C(\omega)} \quad (8.13)$$

Равенката (8.13) ја дефинира комплексната брзина $C(\omega)$, која ќе биде препишана користејќи ја равенката (8.11) со ω_1/ω_2 и $c(\omega_2)$ заменети со ω , ω_2 , и c_2 , каде што индексот r е претставен за референца. Со овие промени се добива:

$$\begin{aligned} C(\omega) &= c(\omega) \left(1 + \frac{i}{2Q}\right) = c_r \left(1 + \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_r}\right) \left(1 + \frac{i}{2Q}\right) \\ &= c_r \left(1 + \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_2} + \frac{i}{2Q}\right) \end{aligned} \quad (8.14)$$

Во последниот чекор, членот кој го содржи факторот $1/Q^2$ е занемарен. Апроксимациите кои се вклучени во равенките (8.13) и (8.14) се слични со оние претставени погоре.

Равенката (8.14) е зададена од Aki and Richards (1980) за референтна фреквенција од 1Hz (т.е. $\omega_2 = 2\pi$).

Разликата во знакот на имагинарниот дел е заради разликата во дефиницијата за Фуриеровата трансформација. Комплексната брзина на бранот е крајно важна, бидејќи ни овозможува начин за објаснување на атенуацијата и дисперзијата.

За да се реши проблем на ширење на бран кога атенуацијата е присутна, да се формулира еквивалентен проблем за еластичен случај и да се замени брзината на бранот со комплексна брзина (пример Aki and Richards, 1980; Ganley, 1981; Kennett, 1983).

9. Атенуацијата по должина на патот на брановиот зрак t^*

Во досегашната дискусија за атенуацијата се претпоставуваше дека брановите се шират во хомогена средина. Ако својствата на средината варираат со положбата, тогаш се користи фактор t^* кој ја квантифицира атенуацијата по должина на патот на брановиот зрак. Во овој случај промената на амплитудата поради атенуацијата е претставена со равенката:

$$A \propto A_0 e^{-\omega t^*/2} \quad (9.1)$$

каде што t^* (t звезда) е зададено со равенката:

$$t^* = \int_{raypath} \frac{ds}{Q(s)c(s)} \quad (9.2)$$

и A_0 и A се амплитудите во почетната и крајната точка на патот на брановиот зрак, соодветно.

Равенката (9.1) е продолжение на експоненцијалното опаѓање претставено во равенката (5.1) со α (види 4.16) генерализирана до случај со хетерогена средина и е применлива сè додека теоријата за зракот се применува и Q и c се фреквентно зависни во рамките на фреквентниот појас од интерес.

Кај телесеизмичките податоци најчесто се применети вредности за t^* од околу 1 и 4s за P и S бранови, соодветно.

Преглед на вредностите за t^* во Земјата за различни фреквентни појаси е овозможено од страна на Der (1998). Примената на равенката (9.1) е зададена во наредното поглавје.

10. Метод на спектрален однос

Window bias

Методот на спектрален однос е широко применуван за проценка на атенуацијата, користејќи сеизмички податоци. Методот се применува во фреквентната област и се базира на следново разложување на амплитудниот спектар од сеизмограмот:

$$A(\omega, r, \theta, \phi) = G(r)S(\omega, \theta, \phi)|R(\theta, \phi)|I(\omega)P(\omega)e^{\omega t^*/2} \equiv F(\omega, r)e^{\omega t^*/2} \quad (10.1)$$

Каде r означува растојание, θ и ϕ се насочни агли, функциите од ω се однесуваат на амплитудните спектри, t^* е зададено со равенката (9.1) и факторите во средината на изразот претставуваат придонес од геометриската дивергенција (G), функција од времето за изворот, моделот на радијација (R), одзивот на инструментот, ефектите од ширењето (P) и атенуацијата, соодветно. За точкести извори S е функција само од ω . Разложувањето (10.1) е важечко сè додека теоријата на зракот се применува (Ben-Menahem et al., 1965). Равенката (10.1) може да се примени кај две или повеќе станици (променлива r) или фреквенции (променлива ω) и за да означиме една од двете вредности за r или ω ќе се применува равенката (10.1) со индекси 1 и 2 во функциите, не во варијаблите. Тогаш, формирајќи го односот A_1/A_2 и логаритмирајќи го, наоѓаме:

$$\ln \frac{A_1(r, \omega, \theta, \phi)}{A_2(r, \omega, \theta, \phi)} = \frac{F_1(r, \omega, \theta, \phi)}{F_2(r, \omega, \theta, \phi)} - \frac{1}{2}[(\omega t^*)_1 - (\omega t^*)_2] \quad (10.2)$$

Равенката (10.2) е основата на методот на спектрален однос. Во пракса, сеизмичките случувања и станици се избрани на таков начин што постои поништување (обично само приближно) на фактори во првиот однос на десната страна во равенката (10.2) што резултира со линеарна релација кај r или ω помеѓу мерењата (левиот однос) и непознатото t^* . Секако, дали мерењата го следат линеарниот тренд или не, тие зависат во огромен дел од претпоставките направени за да ги сведат во линеарна релација. Методот на

спектрален однос се применува кај површински и кај сеизмички бранови и обемен преглед е овозможен од страна на Bath (1974).

За да се примени методот на спектрален однос, неопходно е да се изолира бранот од интерес, кој може да биде проследен со други бранови кои треба да се отстранат за да се избегне интерференцијата. Оваа изолација се прави со лентови прозорци (Bath, 1974), коишто имаат за цел редуцирање на пропустите во пресметките на спектрите кои се наизменично последица на скратувањето на сигналот. Семплувањето, сепак, би можело да ги изобличи резултатите добиени со методот на спектрален однос. Ова ќе биде предочено со следниов едноставен модел на атенуација:

$$\frac{A_z(\omega)}{A_0(\omega)} = G e^{-\beta\omega}, \quad \beta = \frac{z - z_0}{2Qv} \quad (10.3a,б)$$

кој е погоден за проучувања на атенуацијата, користејќи податоци регистрирани во дупчотина. Овде A_z и A_0 претставуваат амплитудни спектри на брановите регистрирани на длабочини z и z_0 . G е однос на факторите на геометриската дивергенција, Q е претпоставено да биде независно од фреквенцијата и v е брзината.

За да се испита ефектот од семплувањето, нека:

$$A_z(\omega) = A_z(\omega) e^{i\phi(\omega)} \quad (10.4)$$

и

$$A_0(\omega) = A_0(\omega) e^{i\phi_0(\omega)} \quad (10.5)$$

бидат Фуриерови трансформации на брановите при длабочини z и z_0 соодветно и $W(\omega)$ Фуриерова трансформација на семплувана функција. Бидејќи семплот се применува во областа на времето, односот од амплитудите во областа на фреквенцијата се добива од:

$$\begin{aligned}
\frac{|A_z(\omega) * W(\omega)|}{|A_0(\omega) * W(\omega)|} &= \frac{|\int_{-\infty}^{\infty} A_z(\omega - s) e^{i\phi(\omega-s)} W(s) ds|}{|A_0(\omega) * W(\omega)|} \\
&= \frac{|G \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta(\omega-s)} A_0(\omega - s) e^{i\phi(\omega-s)} W(s) ds|}{|A_0(\omega) * W(\omega)|} \\
&= \frac{A_z}{A_0} \frac{|[A_0(\omega) e^{i\phi(\omega)}] * [e^{\beta\omega} W(\omega)]|}{|A_0(\omega) * W(\omega)|} \tag{10.6}
\end{aligned}$$

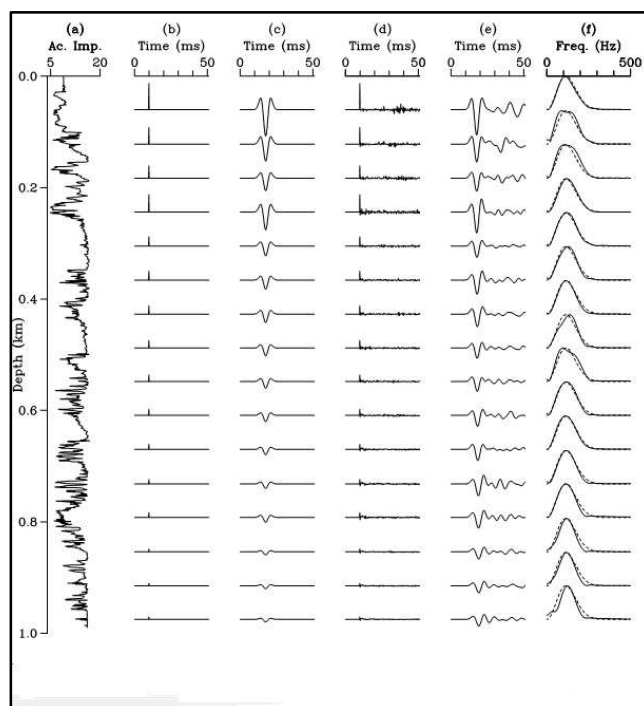
(Pujol and Smithson, 1991) во последните два чекори, равенката (10.3 а) е применета. Равенката (10.6) покажува дека односот на амплитудите којшто би требало да се примени во равенката (10.3 а), всушност, е помножен со функција која ги содржи производот од спектарот на фреквенции на прозорецот и функција која расте експоненцијално со фреквенцијата. Ова значи дека ако страничните полубранови на синусоидата на $W(\omega)$ се релативно големи, нивниот придонес во однос на спектралниот однос може да биде особено важен, така воведувајќи отстапување во резултатите.

Експериментите со синтетички податоци покажуваат дека семплувањето, користејќи правоаголна функција или комбинација со косинусна функција, може да воведат значителни незаконитости и непрепознатлива зависност и на Q од фреквенцијата (Pujol and Smithson, 1991). За да се минимизира шумот во семплот, Harris et al. (1997) предложиле примена на повеќеканален пристап.

11. Фино услоена средина и атенуација предизвикана од мултипли рефлексии

Ефектот на многу тенките слоеви врз ширењето на бранот за првпат е проучуван во склоп на истражувачката сеизмологија и за негово претставување ќе се разгледаат синтетички сеизмограми кои соодветствуваат со ширење на бранови низ низа од тенки слоеви чијашто акустична импеданса (еднаква на брзината помножена со густината) е прикажана на слика 4 (а). Се претпоставува дека изворот на бранови е на врвот од оваа низа, со приемници внатре во неа, поставени по должина на вертикална линија која го вклучува и изворот. Овој распоред е идеализирана верзија на вертикален сеизмички профил (VSP=Vertical Seismic Profil), кој во пракса се изведува со ресивер, поставен на различни длабочини во дупчотина. Заради преиспитување на акустичните податоци е претпоставена акустична средина (Buridge et al., 1988). Пресметките може да се изведат со или без вклучени рефлексии (слика 4 а, b и d, e соодветно). Слика 4 (b, c) го прикажува импулсниот одзив (функција извор време е импулс) и сеизмограмот пресметан за неимпулсна функција од времето. Се забележува драстична промена на амплитудата како функција од длабочината. Бидејќи синтетичките сеизмограми се пресметуваат за упаден рамнински бран, амплитудната редукција не е последица на геометриската дивергенција. Исто така, бидејќи акустичната импеданса која се користи е отприлика репрезентативна за актуелните податоци, од синтетичките податоци би морале да заклучиме дека сеизмичката енергија не би можела да се зголемува со длабочината, иако тоа не е така. Проблемот со овој заклучок е тоа што е игнориран ефектот на повеќекратните рефлексии (накратко мултипли) во рамки на секој од слоевите. Овој ефект е видлив на слика 4 (d, e). Првата од претходно споменатите слики соодветствува на импулсен одзив и ни прикажува како директно пропуштениот импулс е проследен со огромен број на импулси со помала амплитуда. Втората слика, генерирана за неимпулсна функција од времето претходно применета, прикажува значително зголемување на амплитудите на пропуштените бранови, кои повеќе не се примарни бранови; тие се релативно сложени

бранови создадени со комбинација од директно пропуштени бранови и мултипли бранови.



Слика 4. (a) Вистинска акустична импеданса (брзина \times густина) како функција од длабочината, добиена за брзината (km s^{-1}) и густината (g cm^{-3}) прикажани на слика 3 во Pujol and Smithson (1991). (b) Синтетички сеизмограми при вертикален пад за 1-Д услоена средина добиени со семплување на моделот на акустична импеданса на тој начин што двократното време на патување во секој слој е 0,2 ms. Функција на изворот по времето претставува импулс и единствено се вклучени пропуштените бранови. (c) Слично на (b), но за неимпулсна функција на изворот. (d), (e) Слично на (b) и (c) вклучувајќи ги пропуштените и рефлектираните бранови. Сите сеизмички траси се нормализирани до иста максимална амплитуда. Софтвер обезбеден од R. Burridge и објаснет во Burridge et al., (1988). (f) Амплитудни спектри за првите 28 ms за трасите во (e) (полни линии) и (c) испрекинати линии. Сите спектри се нормализирани до нивни соодветни максимални вредности.

Figure 4. (a) Actual acoustic impedance (velocity \times density) as a function of depth generated for the velocity (km s^{-1}) and density (g cm^{-3}) shown in Fig. 3 of Pujol and Smithson(1991). (b) Vertical-incidence synthetic seismograms for a 1-D layered medium generated by sampling the acoustic impedance model in such a way that the two-way travel time in each layer is 0.2 ms. The source time function is an impulse and only transmitted waves are included. (c) Similar to (b) for a nonimpulsive source function. (d), (e) Similar to (b) and (c) but including transmitted and reflected waves. All the seismic traces are normalized to the same maximum amplitude. Software provided by R. Burridge and described in Burridge et al., (1988). (f) Amplitude spectra for the first 28 ms of the traces in (e) (solid lines) and (c)(dashed lines). All the spectra are normalized to their corresponding maximum values

Во продолжение на ова зголемување на амплитудата, мултиплиите исто така може да придонесат за ширење на вертикалните бранови, проследено со релативно амплитудно опаѓање кај високофреквентните компоненти. Овој ефект може да се види на слика 4 (f), која ги прикажува спектрите за првите 29 ms од трасите на сликите 4 (c) и (e). Се забележува дека амплитудите на високофреквентните компоненти главно се поголеми за траси без мултипли, особено кај подлабоките траси. Ова ширење станува помалку важно, како што периодот на функција од времето за изворот се зголемува, иако амплитудната форма останува.

За потенцијалниот ефект на мултипли-рефлексиите врз ширењето на бранот се знаело уште во раните 60-ти години на минатиот век. Тие се накратко прикажани и испитани од страна на O'Doherty и Anstey, кои заклучиле дека ширењето на вертикалните бранови слично на она предизвикано со интринсичка атенуација. Покрај тоа, тие ја извеле следнава релација помеѓу амплитудниот спектар $T(\omega)$ на пропуштениот бран и спектарот на снагата $R(\omega)$ за низа од коефициенти на рефлексии:

$$T(\omega, \tau) = e^{-\tau R(\omega)} \quad (11.1)$$

Каде што τ е времето на патување од изворот до приемникот. Првобитното изведување на равенката (11.1) е нејасно. Таа е изведена така што цврстите докази вклучуваат комплицирани математички и статистички аргументи, како и бројни претпоставки за природата на коефициентите на рефлексии. Burridge et al., (1988) обезбедил еден од доказите и Resnick (1990) накратко ја прикажува работата направена кон овој предмет.

Ефектот на мултиплиите, сличен на атенуацијата, е потврден од страна на Schoenberg и Levin (1978), кои ги примениле записите за ефективната брзина и густина за да создадат синтетички сеизмограми слични на оние прикажани на слика 4. Друг заклучок постигнат од страна на овие автори и следново, ако вкупно измерената атенуација е збир од интринсичната атенуација и онаа која се должи на мултиплиите, тогаш вторава би можела да е исто толку значајна како и првата. Претпоставката дека двата типа на

атенуација се сумарни е применета за проценување на интринсичката атенуација кога се користат податоците од вертикалното сеизмичко профилирање (VSP) (Hauge, 1981; Pujol and Smithson, 1991) и е испитана со нумерички експерименти од страна на Richards и Menke (1993), кои откриле дека сумарноста е приближно задоволена. На крај, забележуваме дека во средина со еднодимензионални промени на еластичните својства, мултипли-рефлексиите го сочинуваат скетирачкото браново поле и поради оваа причина атенуацијата предизвикана од страна на мултиплиите е пример за скетирачка атенуација.

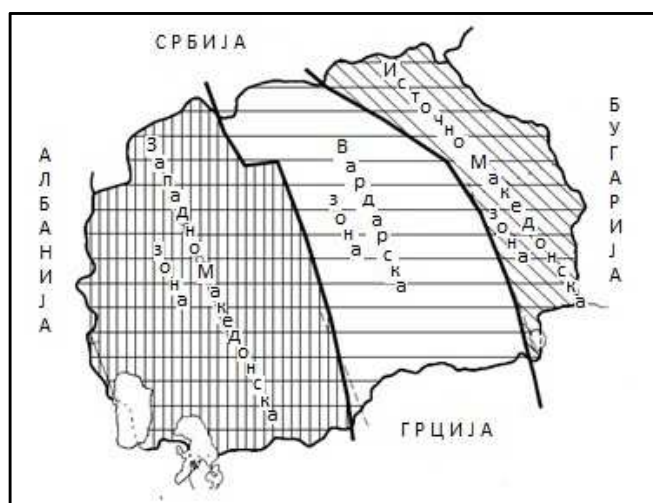
12. Тектонска реонизација на територијата на Р. Македонија

Општата структура на геопросторот на Р. Македонија е наследена од палеорифтот на Вардарската тектонска зона кој постоел во Средна Јура. По овој период, реструктурирањето на овој геопростор се одвивал и сè уште се случува под влијание на еволуцијата на Медитеранскиот Океан и Медитеранскиот рифтен систем.

Врз основа на геолошките и геофизичките карактеристики, на територијата на Република Македонија се издвоени три тектонски зони, чии граници претставуваат длабоки регионални раседи кои ја сечат земјината кора. Таквите зони се следниве (слика 5):

1. Западномакедонска зона,
2. Вардарска зона и
3. Источномакедонска зона.

Согласно со концептите на теоријата за современа тектоника – тектоника на плочи, Вардарската тектонска зона која претставува тектонски рифт со многу сложени тектонски карактеристики, претставува зона на субдукција додека Западномакедонската и Источномакедонската зона се зони на издигање, т.е хорстови. Нивните ширини во правец исток-запад варираат помеѓу 60-80 km.



Слика 5. Тектонска реонизација на територијата на Р. Македонија

Figure 5. Tectonic regionalisation of Republic of Macedonia

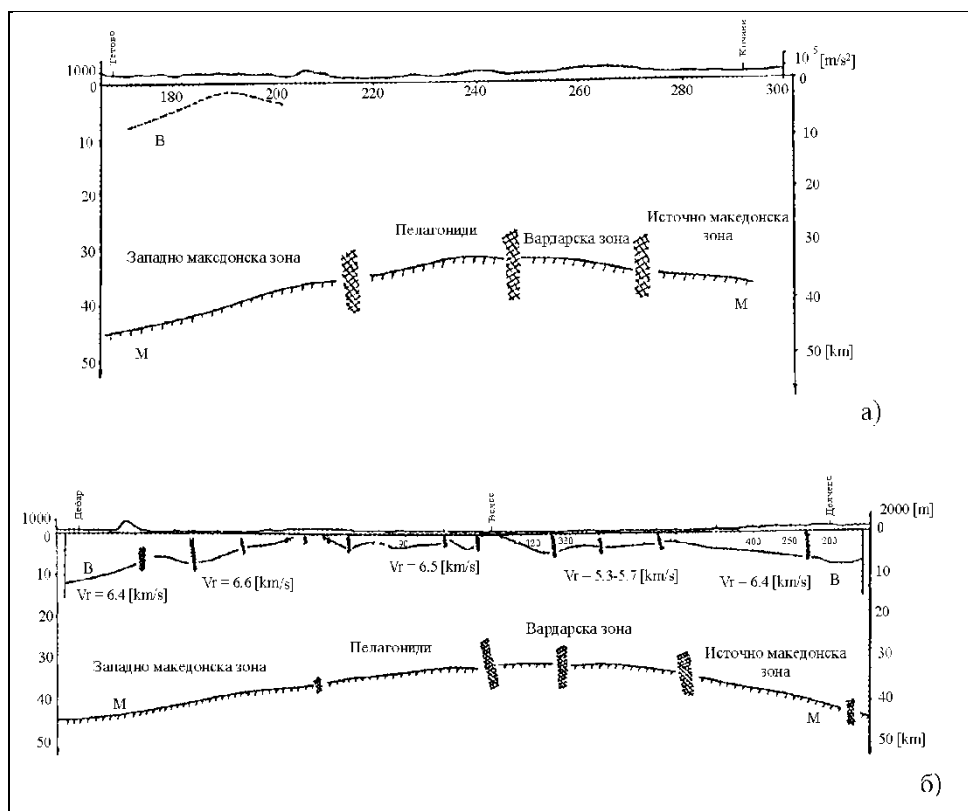
12.1. Неотектонски услови на развој

Територијата на Република Македонија во целина е дел од Медитеранската орогена област, каде што геосинклиналните услови на развој завршиле на крајот на Палеоген, т.е. на почетокот на Неоген. Потоа следувал континентален развој. Во текот на Плиоцен, тектонските процеси биле поактивни, формирајќи морфоструктурни делови кои како резултат на понатамошниот развој може да се најдат и денес. Како последица на нерамномерно издигање, на територијата на Република Македонија постои диференцијација, која на некој начин има наследни карактеристики. Територијата на Западна Македонија каде што во минатото постоела тенденцијата на издигање, исто така и денес покажува тенденција на издигање со поголем интензитет во однос на другите делови. Во исто време теренот на Вардарската зона покажува послаб интензитет на издигање. Од друга страна, областите во Источна Македонија се издигаат со поголем интензитет во однос на Вардарската зона, но со сè уште послаб интензитет во однос на Западномакедонската зона. Со процесите на диференцијални движења помеѓу хорстовите и депресиите се јавува активирање на стари и формирање на нови раседи како природни граници на морфоструктурните целини. На крајот на Плиоцен и почетокот на Квартер, со формирањето на Егејското море, тектонските процеси станале поинтензивни кои и ги создале денешните форми. Како резултат на претходно споменатите процеси со кои се поврзани генезата и еволуцијата на морфоструктурните целини на територијата на Република Македонија може да се издвојат следниве неотектонски региони согласно со нивото на издигање:

1. Западна Македонија.
2. Повардарие и
3. Источна Македонија.

13. Длабоко сеизмичко сондирање

Поради големото значење за дефинирање на дебелината на Земјината кора до Моходисконтинуитетот се користени податоци од длабоко сеизмичко сондирање по должината на два профила и тоа: Дебар – Делчево (слика 6а) и Тетово – Кочани (слика 6б).



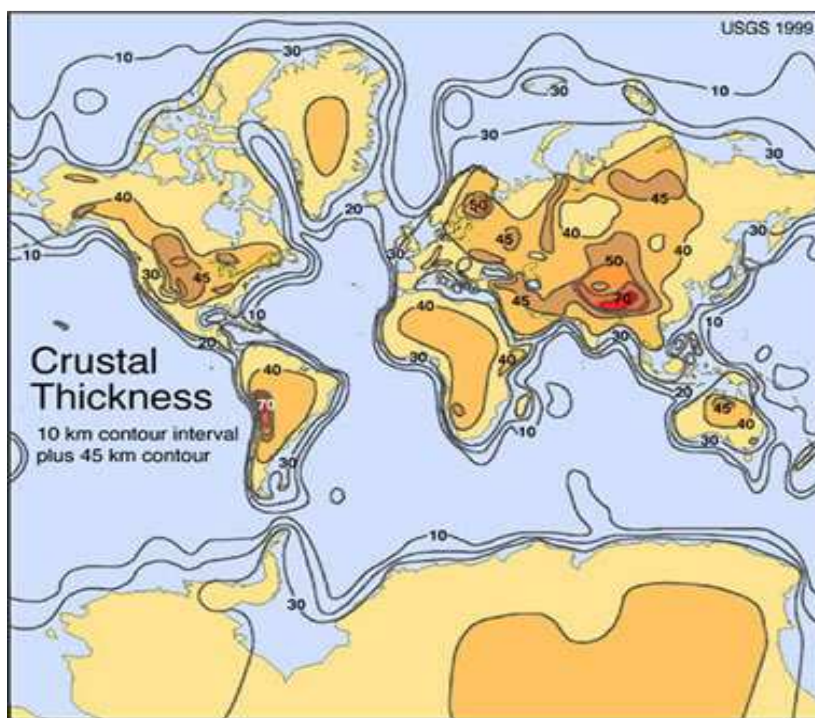
Слика 6. Профили на длабоко сеизмичко сондирање на територијата на Р. Македонија

Figure 6. Profiles of deep seismic sounding the territory of Republic of Macedonia

Овие профили ги прикажуваат карактеристиките за Земјината кора во северниот дел од Македонија. Резултатите за пограничните делови се некомплетни, бидејќи точките на мерење се недоволни и не постои двојно палење т.е. не е извршено иницијално палење од територијата на Албанија.

14. Мохоровичиќев дисконтинуитет на брзината

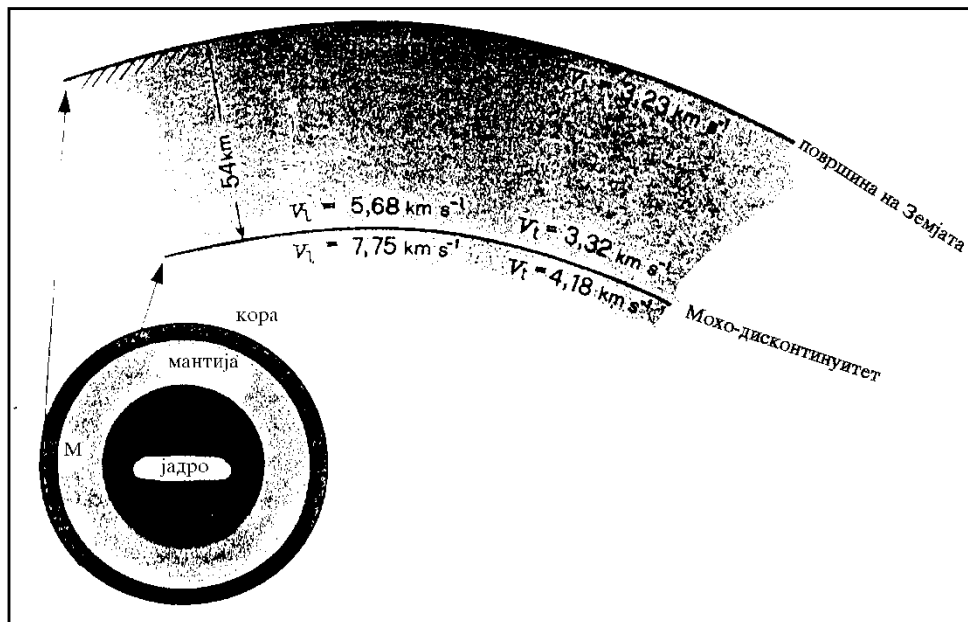
Мохоровичиќевиот дисконтинуитет или Мохо е границата помеѓу Земјината кора и мантијата. Во геологијата, зборот „дисконтинуитет“ претставува површина на којашто се менува брзината на простирање на сеизмичките бранови. Оваа граница е откриена во 1909 год. од страна на познатиот хрватски сеизмолог Андрија Мохоровичиќ, кој еднозначно го потврдил постоењето на Земјината кора. Мохоровичиќ сфатил дека брзината на сеизмичките бранови е поврзана за густината на средината низ која се простираат. Тој го објаснил забрзувањето на сеизмичките бранови непосредно под Моходисконтинуитетот како дел на промените во Земјата. Забрзувањето мора да е предизвикано од присуството на средини со голема густина во длабочина. Според А. Мохоровичиќ, Земјината кора претставува средина со мала густина, додека средината непосредно под Земјината кора е погуста и се нарекува *мантија*. Оттука Мохоровичиќевиот дисконтинуитет ја означува долната граница на Земјината кора.



Слика 7. Карта на длабочините на Моходисконтинуитетот (USGS 1999)

Figure 7. Map of Moho depths (USGS 1999)

Се покажало дека длабочината на Моходисконтинуитетот не е насекаде иста, туку варира од место до место. Под високите планински венци достигнува длабочина до 70 km или во просек од околу 40 km, а под длабоките океани лежи на само 5 km длабочина. Длабочините на Моходисконтинуитетот се прикажани на слика 7.



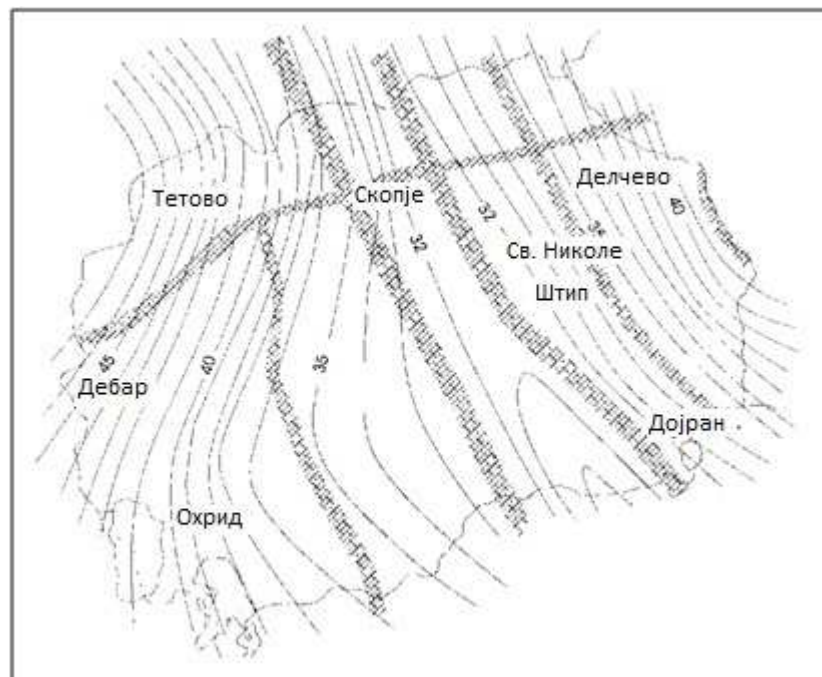
Слика 8. Слика на најгорниот дел од Земјата, според резултатите на А. Мохоровичиќ. Дебелината на кората изнесува 54 km, а брзината на лонгитудиналниот бран расте континуирано од 5,53 km/s, а на Моходисконтинуитетот до 5,68 km/s, при преминувањето во астеносферата нејзиниот скок изнесува 7,75 km/s

Figure 8. The most upper part of Earth related to results obtained by A. Mohorovicic. The thickness of the Earth crust is 54 km, and the velocity of longitudinal seismic wave raise up from 5,53 km/s, on the Moho the velocity is 5,68 km/s; In asthenosphere the velocity is 7,75 km/s

Со примената на теоремата на Wiehert – Gutenberg утврдено дека брзините на простирање на сеизмичките бранови скоковито се менуваат од 5,68 km/s на Моходисконтинуитетот до 7,76 km/s при преминувањето во мантијата т.е. астеносферата. Овој дисконтинуитет има многу неправилен облик по целото свое протегање.

Поради големото значење на дефинирањето на Мохограницата - М во текот на 50-тите и 60-тите години од минатиот век бил спроведен проект означен под името „Мохоле“ чија главна цел била дефинирање на дисконтинуитетот на целата Земја. Но поради екстремните притисоци и температури кои преовладуваат на тие длабочини и високата цена за реализирање на овој проект претставувале главна причина подоцна овој проект да биде прекинат. Најголема дупнатина која била направена е онаа на полуостровот Кола во Русија, со длабочина од 12.260 km. Исто така, дупчењето изведено низ океанската кора за да се достигне Моходисконтинуитетот било неуспешно.

На слика 8е прикажана карта на Моходисконтинуитетот на територијата на Република Македонија. Длабочината варира од 48 km на запад, 30 km во Вардарската зона и 45 km кон исток на границата со Р. Бугарија (Т. Делипетров, 2003) или во просек од околу 40 km.



Слика9. Карта на Моходисконтинуитетот на територијата на Република Македонија (Т. Делипетров, 2003)

Figure 9. Map of Mohodepts on territory of Republic of Macedonia (T. Delipetrov, 2003)

15. Модел на атенуација на сеизмичката енергија на територијата на Република Македонија

Простирањето на сеизмичките бранови во геолошката средина е секогаш поврзано со намалување на нивната енергија согласно со придушувањето во средината и сферната дивергенција на фронтот на бранот. Пред да се пристапи кон обработка на сеизмичките податоци, се изведуваат разни процедури со кои се утврдуваат загубите на енергијата на рефлектираните и прекршените бранови.

Теоретски, измените на амплитудите во геолошката средина и начините на нивното утврдување се прикажани во оваа поглавје.

За пресметување на атенуацијата на сеизмичката енергија на територијата на Република Македонија се применува директен пристап, поаѓајќи од одредена геометрија и положба на слоевите опфатени со моделот и познавање на нивните физички и еластични параметри. Согласно со тектонската реонизација на територијата на Република Македонија во рамки на моделот, со вертикални раседи се издвоени три зони и тоа: Западномакедонска, Вардарска и Источномакедонска зона. Секоја зона е изградена од слоеви со хоризонтално протегање и константна дебелина. Во Западномакедонската и Источномакедонската зона од површина кон длабочина се присутни варовнички односно гранитен слој со дебелина до 20 km, потоа следуваат базалтен и габро-пегматитски слој, чијашто граница е претставена со Моходисконтинуитетот на длабочина од 40 km. Единствено Вардарската зона е изградена од изменет базалтен слој чијашто долна граница е Моходисконтинуитетот. Брзините на простирање на сеизмичката енергија и густините во моделот се константни по целото протегање и се дадени во следнива табела:

Табела 1. Вредности на густините во одредени средини и брзините на простирање на надолжниот сеизмички бран (Гравиметриско поле на Република Македонија, Т. Делипетров, 2000)

Table 1. Density values in some mediums and velocities of longitudinal wave spreading. (Gravimetric field of Republic of Macedonia, T. Delipetrov, 2000)

Средина	v_p (km/s)	ρ (g/cm ³)
Гранити	5,57	2,56
Варовници	3,50	2,40
Изменети базалти	5,20	2,38
Базалти	6,50	2,98
Габро-пегматити	7,76	3,20

Во понатамошната постапка, имајќи го предвид условот $v_1 < v_2 < v_3$, се користи метода која се заснова на претходно одредување на патување на зракот, а поаѓа од равенството:

$$\sin i = v_1/v_3 \quad (15.1)$$

Каде што i е агол на упадниот сеизмички зрак, при кој прекршувањето (рефракцијата) на границите на слоевите изнесува 90°.

Пресметаните вредности на критичните агли за секој слојсоодветно се претставени во наредната табела:

Табела 2. Критични агли во средините опфатени со моделот

Table 2. Critical angle values in mediums concerned with the model

Тип на слој	Критични агли (i)
Гранитен слој	46°
Варовнички слој	27°
Изменет базалтен слој	42°
Базалтен слој	57°

Оттука со конструирање на патот на простирање на сеизмичкиот зрак во слоевите, опфатени со зададениот модел, преку утврдените критични агли се добиени потребните ходохрони на простирање на сеизмичкиот зрак во трислоен модел на кои се отчитуваат растојанијата и времињата на регистрирање на сеизмичкиот зрак. Добиените вредности се следни:

Табела 3. Времиња на регистрирање на сеизмичкиот зрак по должина на профилите и нивни растојанија

Table 3. Seismic ray times registered along the profile lines and their distances

Профилска линија	Растојание (km)	Време на регистрирање T (sec)
Охрид- Скопје	112	8,6
Охрид-Берово	178	7,8
Охрид-Валандово	133	9,3
Скопје-Гевгелија	137	7

Голем придонес во одредувањето на атенуацијата по должина на избраните профилски линии имаат синтетичките сеизмограми пресметани при нормален упаден агол на сеизмичкиот зрак, константна дебелина на слоевите од 20 km, идентични времиња на простирање, константни брзини и густини во слоевите во рамки на целото нивно протегање.

Овие сеизмограми ги даваат неопходните параметри за оценување на конечната амплитудна редукција, а се претставени со: коефициентот на апсорпција, коефициентите на рефлексија и рефракција.

Коефициентите на рефлексија и рефракција се пресметуваат по равенставата на Zoeppritz, при нормален упаден агол на сеизмичкиот зрак:

$$R_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (15.2)$$

и

$$T_p = \frac{2Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (15.3)$$

Z -производ од брзината v и густината ρ претставува акустична импеданса.

Коефициентот на апсорпција е пресметан со примена на равенката:

$$\alpha = \frac{1}{\Delta x} \ln \frac{A_1}{A_2} \quad (15.4)$$

Вредностите на пресметаните параметри се зададени во табелите кои следуваат:

Табела 4. Вредности на коефициентите на рефлексija и прекршување добиени од синтетичките сеизмограми

Table 4. Reflection and transmission coefficient obtained from synthetic seismograms

Граница	R_p	T_p
Варовници-базалти	0,40	0,60
Базалти-габропегматити	0,12	0,88
Гранити-базалти	0,15	0,85
Изменети базалти-габропегматити	0,096	0,704

Табела 5. Коефициенти на апсорпција α во средините опфатени со моделот

Table 5. Absorption coefficients in mediums concerned with the model

Средини	Коефициент на апсорпција α
Варовник	0,0026
Гранит	0,0081
Базалт	0,0063
Изменети базалти	0,0050
Габро-пегматити	0,0045

Со вака пресметани вредности на коефициенти на апсорпција, рефлексција и рефракција, во продолжение се пресметуваат конечни амплитудни вредности на сеизмичкиот бран при простирање во трислоен модел. Основата на овие пресметки го прави равенството:

$$A_1 = A_0 e^{-\alpha x} \quad (15.5)$$

Каде што A_0 е амплитудата на упадниот бран, а A_1 амплитудата на прекршениот бран и $e^{-\alpha x}$ факторот на придушување на средината.

Така, на пример, при амплитуда на сеизмичкиот бран регистриран во Охрид од 85 mm, со примена на претходното равенство, се одредени конечните амплитуди на бранот регистриран во Скопје, Берово, Валандово и Гевгелија. Вредноста на амплитудата на бранот регистриран во Скопје е 29 mm, во Берово 22,3 mm, Валандово 23,8 mm и Гевгелија 26,9 mm.

Ако во претходното равенство извршиме замена, се добива равенка за фактор на атенуација на материјалот:

$$\frac{A_1}{A_0} = e^{-\alpha x} \quad (15.6)$$

Врз основа на ова равенство се пресметани придушувањата долж профилските линии.

Табела 6. Фактори на атенуација $e^{-\alpha x}$ по должина на профилските линии

Table 6. Factor of attenuation $e^{-\alpha x}$ along the profil lines

Профилска линија	Фактор на придушување $e^{-\alpha x}$
Охрид - Скопје	0,349
Охрид - Берово	0,268
Охрид - Валандово	0,287
Скопје - Гевгелија	0,324

Покрај атенуацијата насеизмичката енергија, како последица на својствата на средината, врз намалувањето на енергијата на бранот влијание има и појавата на сферната дивергенција на фронтот на бранот. За одредување на сферната дивергенција на бранот се применува равенката:

$$I_1 S_1 = I_2 S_2 \quad (15.7)$$

каде што производот од интензитетот и површината низ која сеизмичкиот бран поминува го претставува флуксот на енергија по секунда. Како и во претходниот случај на атенуација, и овде ако интензитетот I_0 на сеизмички бран регистриран во Охрид изнесува $4,62 \times 10^9 \text{ J/m}^2$, тогаш со примена на равенката за флуксот на енергија по секунда може да се одредат интензитетите на бранот во останатите градови. Вредностите на пресметаните интензитети се:

Табела 7. Интензитети на сеизмичките бранови регистрирани во крајните точки на профилските линии

Table 7. Seismic wave intensities registered in end points of the profil lines

Профилска линија	Растојание(km)	Интензитет(J/m ²)
Охрид - Скопје	112	$3,5 \times 10^5$
Охрид - Валандово	133	$2,6 \times 10^5$
Охрид - Берово	178	$1,4 \times 10^5$
Скопје - Гевгелија	137	$2,5 \times 10^5$

И овде со примена на равенката:

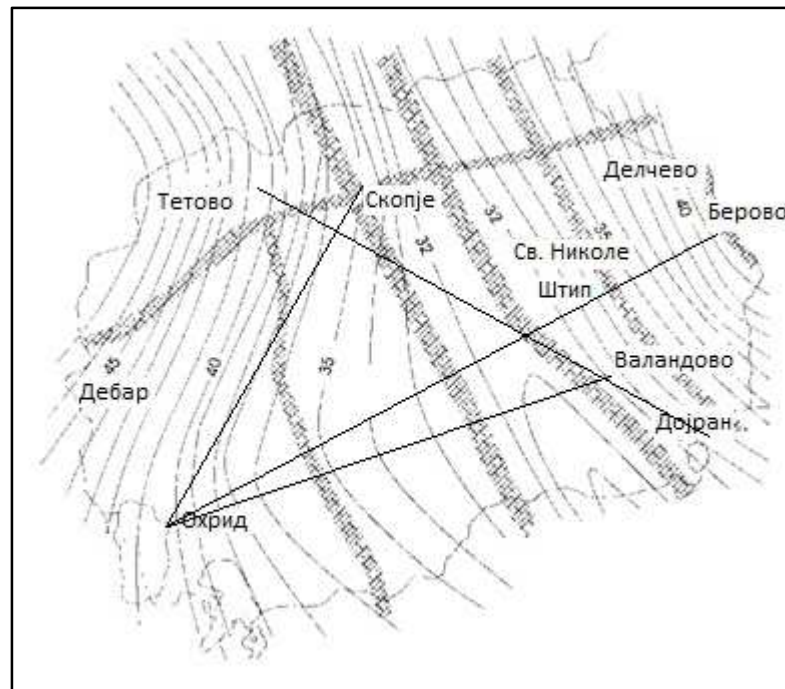
$$I(r)/I_0 = e^{-\alpha x} \quad (15.8)$$

се пресметува факторот на придушување како резултат на сферната дивергенција по должина на профилските линии во рамки на зададениот модел. Вредностите на атенуацијата се следниве:

Табела 8. Фактор на придушување на интензитетите на сеизмичкиот бране ^{αx}

Table 8. Attenuation factor of seismic wave intensities ^{αx}

Профилска линија	Фактор на придушување на интензитетите ^{αx}
Охрид–Скопје	$7,6 \times 10^{-5}$
Охрид–Берово	$3,0 \times 10^{-5}$
Охрид–Валандово	$5,6 \times 10^{-5}$
Скопје–Гевгелија	$5,4 \times 10^{-5}$



Слика10. Профили по чишто должини се вршени испитувањата
(Т. Делипетров, 2003)

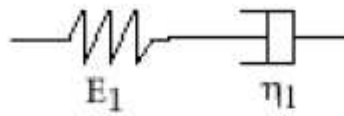
Figure 10. Profile lines by which investigation are made
(Т. Delipetrov, 2003)

Заклучок

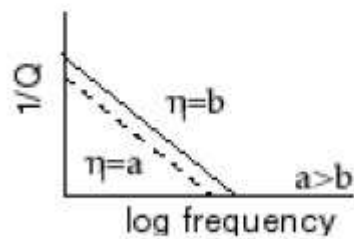
- Бидејќи атенуацијата зависи, помеѓу сите други останати фактори, и од температурата и присуството на флуиди, правилното пресметување во однос на амплитудната редукција на бранот со примената на сеизмичките методи обезбедува потенцијал за нови сознанија кои се однесуваат на внатрешната градба на Земјата.
- Изучувањето на атенуацијата, исто така, може да ни помогне во сфаќањата за Земјината реологија, иако врската помеѓу нив не е јасно изразена.
- Во Земјата се присутни разновидни механизми на атенуација, но нивното поврзување со мерењата е многу тешка задача.
- α – коефициентот на еластичност, факторот на квалитет Q и брзината на бранот мора да бидат фреквентно зависни, така што α и κ – брановиот број не може да бидат произволно избрани и α не може да расте така брзо како и ω кружната фреквенција кога ω оди кон бесконечност. Постигнувањето на овие заклучоци бара математички разработена работна рамка.
- Врз основа на резултатите добиени при одредување на атенуацијата на територијата на Република Македонија, со користење на претходно утврден модел е утврдено дека атенуацијата на сеизмичката енергија не зависи од должината на патот по кој се простира, туку зависи од еластичните и физички параметри на средините низ кои поминува, опфатени со зададениот модел. Па оттука, најголемо придушување е забележано по профилската линија Охрид – Скопје, а најмало по должина на профилската линија Охрид – Берово.
- Препорака: Да се направи 3D модел во кој ќе се направат ново моделирање и теренски сеизмички испитувања.

ПРИЛОЗИ

a) **Maxwell Solid**



b)

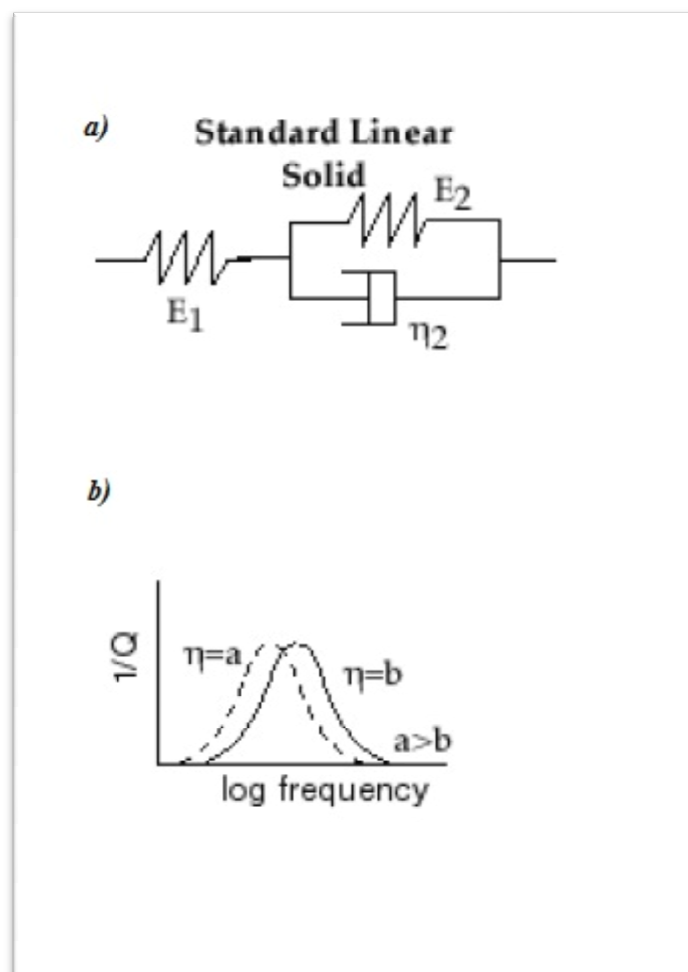


Прилог 1. Концептуална поврзаност помеѓу механички модел на осцилатор и одсивот на атенуацијата

a) Линеарен хармониски осцилатор; б) Одсив на атенуацијата

Contribution 1. Conceptual relationship between mechanical model of oscillator and attenuation response. Attenuation curve vary considerably as functions of frequency

a) Linear Harmonic Oscillator; b) Attenuation response

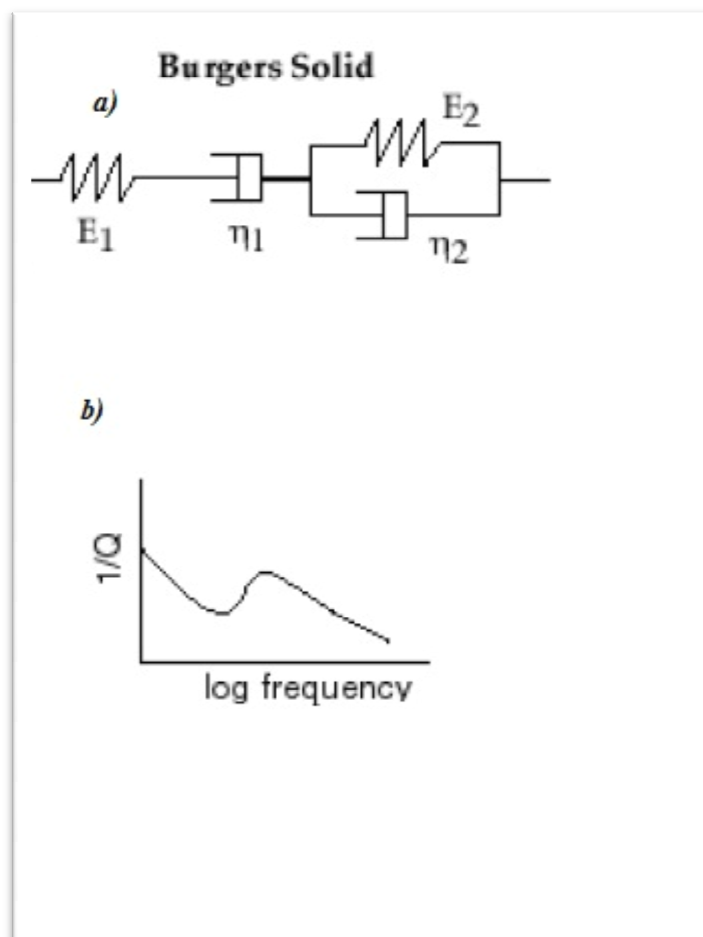


Прилог 2. Концептуална поврзаност помеѓу механички модел на осцилатор и одсивот на атенуацијата

a) Стандарден линеарен осцилатор; б) Одсив на атенуацијата

Contribution 2. Conceptual relationship between mechanical model of oscillator and attenuation response. Attenuation curve vary considerably as functions of frequency

a) Standard Linear Solid; b) Attenuation response

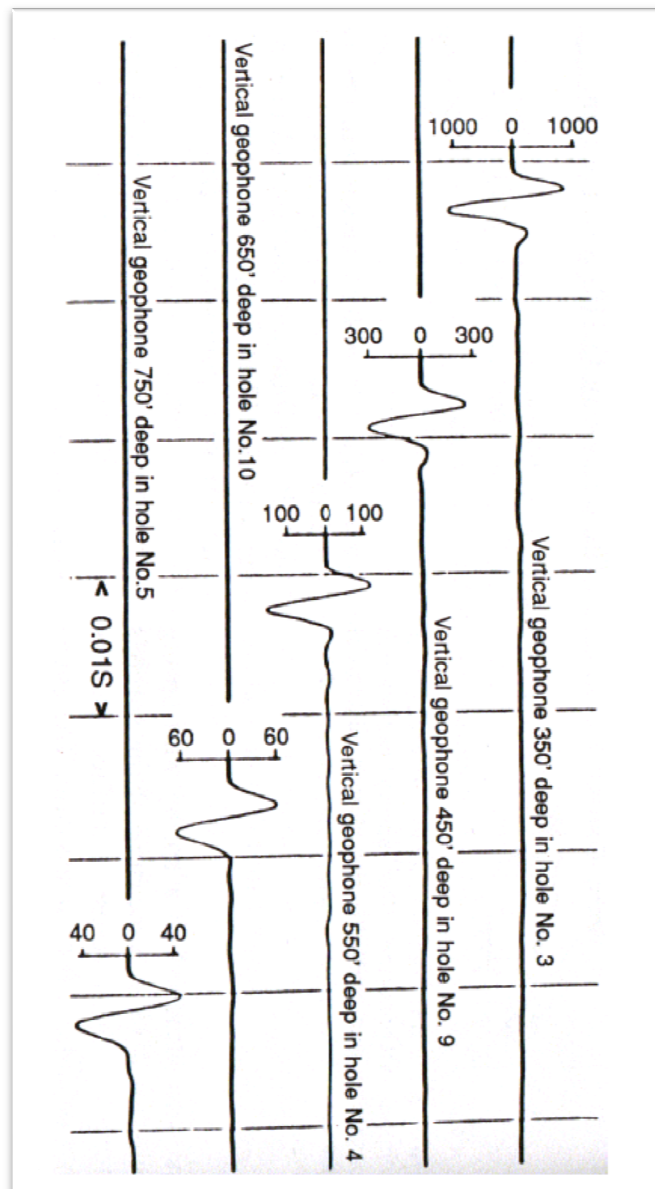


Прилог 3. Концептуална поврзаност помеѓу механички модел на осцилатор и одсивот на атенуацијата

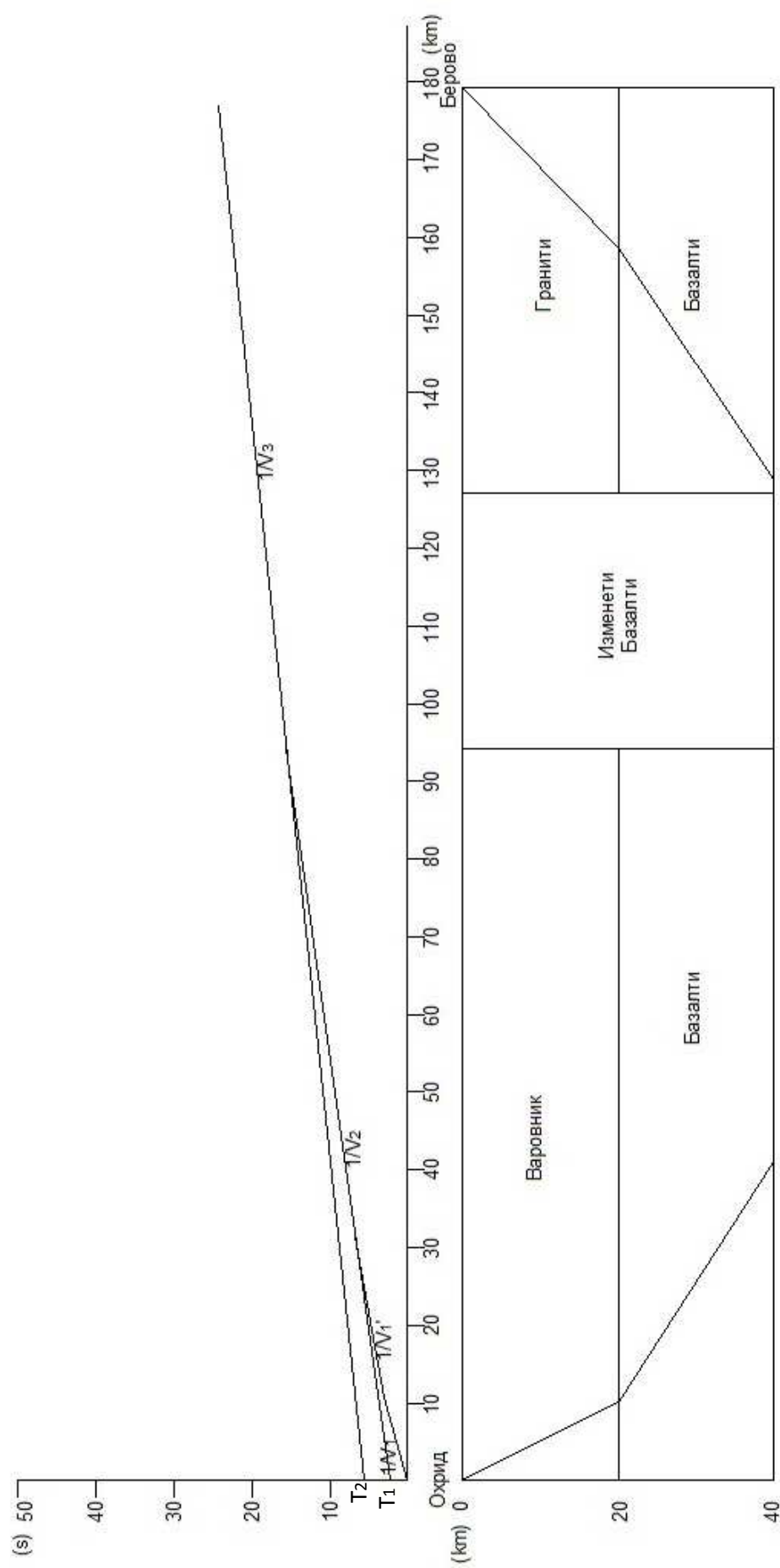
a) Бургерс осцилатор; б) Одсив на атенуацијата

Contribution 3. Conceptual relationship between mechanical model of oscillator and attenuation response. Attenuation curve vary considerably as functions of frequency

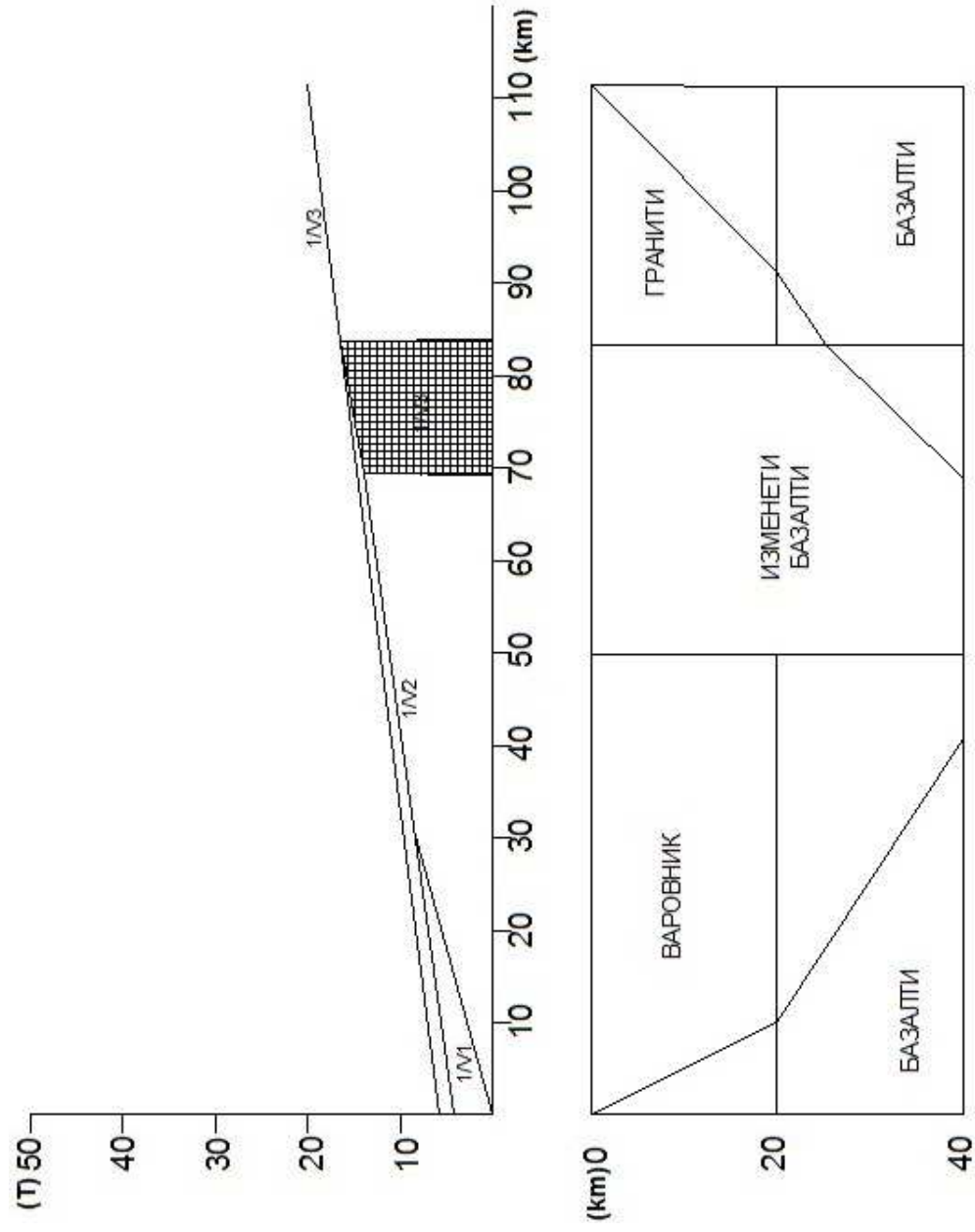
a) Burgers Solid; b) Attenuation response



Прилог 4. Ефектите на константно Q врз пулсот
 Contribution 4. The effects of a constant Q on a propagating puls



Прилог 5. Ходохрона Охрид – Берово
Contribution 5. Ray tracing Ohrid – Berovo



Прилог 6. Ходохрона кај која се јавува зона на сенка

Contribution 6. Ray tracing with shadow zone

Користена литература

- Anderson, D., 1989. *Theory of the earth*, Blackwell, London.
- Aki, K., Richards, P., 1980. *Quantitative seismology, vol. I* Freeman, San Francisco.
- Arfken, G., 1985. *Mathematical methods for physicists*, Academic, New York.
- Arya, A., 1990. *Introduction to classical mechanics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Båth, M., 1974. *Spectral analysis in geophysics*.
- Ben-Menahem, A., Smith, S., Teng, T.L., 1965. *A procedure for source studies from spectrums of long-period seismic body waves*, Bull. Seism. Soc. Am. 55, 203–235.
- Boyce, W., Di Prima, R., 1977. *Elementary differential equations and boundary value problems*.
- Byron, F., R. Fuller, 1970. *Mathematics of classical and quantum physics, vol. 2* Addison-Wesley, Reading, MA. (Reprinted by Dover, New York, 1992.)
- Ben-Menahem, A., Singh, S., 1981. *Seismic waves and sources*, Springer, Berlin.
- Burridge, R., Papanicolaou, G., White, B., 1988. *One-dimensional wave propagation in a highly discontinuous medium*, Wave Motion 10, 19–44.
- Der, Z., 1998. *High-frequency P- and S-wave attenuation in the earth*, Pure Appl. Geophys. 153, 273–310.
- Dragašević, T., 1984. *Seizmička istraživanja*. Beograd.
- Ewing, W., Jardetzky, W., Press, F., 1957. *Elastic waves in layered media*, McGraw-Hill, New York.
- Futterman, W., 1962. *Dispersive body waves*, J. Geophys. Res. 67, 5279–5291.
- Ganley, D., 1981. *A method for calculating synthetic seismograms which include the effects of absorption and dispersion*, Geophysics 46, 1100–1107.
- Graff, K., 1975. *Wave motion in elastic solids*, Clarendon Press, Oxford.
- Guillemin, E., 1963. *Theory of linear physical systems*, Wiley, New York.
- Harris, P., Kerner, C., White, R., 1997. *Multichannel estimation of frequency-dependent Q from VSP data*, Geophys. Prosp. 45, 87–109.

Hauge, P., 1981. *Measurements of attenuation from vertical seismic profiles*, Geophysics 46, 1548–1558.

Йордански, К., Чобанов, Н., Кехайов, Д., Добрев, В., Николов, Г., 1982. *Цифрова обработка на сеизмична информация*.

Kalinin, A., Azimi, Sh., Kalinin, V., 1967. *Estimate of the phase-velocity dispersion in absorbing media*, Phys. Solid Earth, 4, 249–251.

Karato, S., Spetzler, H., 1990. *Defect microdynamics in minerals and solid-state mechanisms of seismic wave attenuation and velocity dispersion in the mantle*, Rev. Geophys. 28, 399–421.

Kennett, B., 1988. *Radiation from a moment-tensor source*, in D. Doornbos, Seismological algorithms, Academic, New York, 427–441.

Kjartansson, E., 1979. *Constant Q – wave propagation and attenuation*, J. Geophys. Res. 84, 4737–4748.

O'Connell, R., Budiansky, B., 1978. *Measures of dissipation in viscoelastic media*, Geophys. Res. Lett. 5, 5–8.

O'Doherty, R., Anstey, A., 1971. *Reflections on amplitudes*, Geophys. Prosp. 19, 430–458.

Papoulis, A., 1962. *The Fourier integral and its applications*, McGraw-Hill, New York.

Papoulis, A., 1977. *Signal analysis*, McGraw-Hill, New York.

Pujol J., 2003. *Elastic wave propagation and generation in Seismology*.

Pujol, J., Smithson, S., 1991. *Seismic wave attenuation in volcanic rocks from VSExperiments*, Geophysics 56, 1441–1455.

Resnick, J., 1990. *Stratigraphic filtering*, Pure Appl. Geophys. 132, 49–65.

Robinson, E., 1967. *Statistical communication and detection*, Hafner, New York.

Savage, J., 1976. *Anelastic degradation of acoustic pulses in rock – comments*, Phys. Earth Plan. Int. 11, 284–285.

Schoenberger, M., Levin, F., 1978. *Apparent attenuation due to intrabed multiples*, II, Geophysics 43, 730–737.

Schwab, F., Knopoff, L., 1971. *Surface waves on multilayered anelastic media*, Bull. Seism. Soc. Am. 61, 893–912.

Stacey, F., Gladwin, M., McKavanagh, B., Linde, A., Hastie, L., 1975. *Anelastic*

damping of acoustic and seismic pulses, Geophys. Surv. 2, 133–151.

Strick, E., 1970. *A predicted pedestal effect for pulse propagation in constant-Q solids*, Geophysics 35, 387–403.

Делипетров, Т., 2000. *Гравиметриско поле на Р. Македонија*, Штип.

Делипетров, Т., 2003. *Основи на геофизика*, Штип.

Toll, J., 1956. *Causality and the dispersion relation: logical foundations*, Phys. Rev. 104, 1760–1770.

Weaver, R., Pao, Y.H., 1981. *Dispersion relations for linear wave propagation in homogeneous and inhomogeneous media*, J. Math. Phys. 22, 1909–1918.

White, J., 1965. *Seismic waves*, McGraw-Hill, New York.

Wiener, N., 1949. *Extrapolation, interpolation, and smoothing of stationary time series*, The Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology and Wiley, New York.

Zadeh, L., Desoer, C., 1963. *Linear system theory*, McGraw-Hill, New York.

Internet.

Јане Богданов

„Атенуација на сеизмичката енергија
на територијата на Република Македонија“

Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип